PHYSIKALISCHE ZEITSCHRIFT

No. 13. 1. Juli 1907. Redaktionsschluß für No. 14 am 8. Juli 1907. 8. Jahrgang.

INHALT.

Originalmitteilungen:

E. Meyer, Die Absorption der α-Strahlen in Metallen. S. 425.

A. H. Bucherer, Notiz über eine neue experimentelle Anordnung zu Messungen an Becquerelstrahlen. S. 430.

A. Schidlof, Zur Integration der Lorentz-Poincaréschen Potentialgleichungen der Elektronentheorie. S. 431.

G. A. Schott, Über die Grundlagen der Elektronentheorie. S. 433.

G. Zemplén, Über die Beobachtung von Wechselströmen mit Saiteninstrumenten. S. 438.

F. Bidlingmaier, Zur Methode des zweifach beweglichen Systems zweier gekreuzter Magnetnadeln. S. 440.

C. Rohloff und Shinjo, Über die Grenze zwischen dem festen und dem flüssigen Zustand bei Gelatinelösungen. S. 442.

M. Laue, Der Einfluß der Dispersion und selektiven Absorption auf die Bewegung periodischer Wellen. S. 446.

E. Grimsehl, Eine eigentümliche Erscheinung bei der Betrachtung eines Objektes durch einen engen Spalt. S. 448.

M. Seddig, Einfache Methode die Schwingungsformen einer Luftsäule zu demonstrieren. S. 449.

M. Th. Edelmann, Beobachtungen über die Schwingungsdauer des Grundtones und des ersten Obertones von Stimmgabeln. S. 451.

K. v. Wesendonk, Über den Zusammenklang zweier einfacher Töne. S. 452.

Besprechungen:

G. Mahler, Physikalische Formensammlung. S. 454.

W. Bahrdt, Physikalische Messungsmethoden. S. 454.

Internationaler Katalog der naturwissenschaftlichen Literatur. I—IV. S. 455.

Personalien. S. 456.

ORIGINALMITTEILUNGEN.

Die Absorption der α-Strahlen in Metallen.

Von Edgar Meyer.

Bringt man in ein Bündel paralleler α-Strahlen zwei dünne Metallfolien, z. B. ein Aluminium- und ein Stanniolblatt, so findet man eine verschiedene Absorption dieser Metallfolien für die α-Teilchen, je nachdem die Strahlen in Richtung $Al \to Sn$ oder $Sn \to Al$ verlaufen. Diese Erscheinung wurde zuerst von Frau Curie[1]) beobachtet. In einer früheren Arbeit[2]) versuchte ich nachzuweisen, daß sich dieser Unterschied der Absorption allein aus dem Geschwindigkeitsverluste erklärt, den die α-Teilchen in den Metallschichten erleiden. Hat man also z. B. die prozentische Absorption von Al und Sn einzeln als Funktion der Geschwindigkeit der α-Teilchen bestimmt, so muß es möglich sein, die gleichzeitige Absorption zu berechnen, gleichgültig, ob die Strahlen in Richtung $Al \to Sn$ oder $Sn \to Al$ verlaufen.

Die beschriebene Erscheinung wurde bisher wie folgt erklärt. Frau Curie (l. c.) schrieb den absorbierenden Schirmen eine transformierende Wirkung zu. Nach einer älteren Anschauung von Rutherford[3]) sollten an der Hinterseite der ersten absorbierenden Schicht Sekundärstrahlen auftreten. Kučera und Mašek[1]) glauben die Erscheinung auf eine diffuse Zerstreuung der α-Strahlen in den Metallen zurückführen zu können. Nach meiner Auffassung braucht man keine dieser Hypothesen anzunehmen.

Gegen meine Ausführungen hat Herr Kučera[2]) in einer Arbeit: „Zur Zerstreuung der α-Strahlen in Metallen," Bedenken erhoben. Er versucht nachzuweisen, daß sich aus meinen Berechnungen gleiche Absorption für $Al \to Sn$ und $Sn \to Al$ ergeben würde. Merkwürdigerweise hält er aber meine Berechnungsweise dann für berechtigt, wenn es sich um zwei Folien aus demselben Material handelt. Falls sich aus der Absorption für ein Sn-Blatt die Absorption für 2 Sn-Blätter berechnen läßt, so sehe ich nicht ein, warum sich nicht auch aus den Absorptionen Al und Sn einzeln, die Absorption $Al \to Sn$ oder $Sn \to Al$ berechnen lassen sollte.

Die Streitfrage zwischen Herrn Kučera und mir kann man vielleicht folgendermaßen präzisieren. Man berechne sich aus der Ionisationskurve (Ionisation der Luft im Kondensator als Funktion seines Abstandes von dem RaF-Präparat) vermittels der Absorptionskurven der verschiedenen Metalle (prozentische Absorption als Funktion des Abstandes der absorbierenden Schicht vom Präparat) die „erniedrigten" Ionisationskurven, d. h. die Ionisation im Kondensator als Funktion seines

1) z. B. S. Curie, „Untersuchungen über die radioaktiven Substanzen" übersetzt von W. Kaufmann, Braunschweig 1904, S. 74.
2) Edgar Meyer, diese Zeitschr. **7**, 917, 1906.
3) Rutherford in seinem Buche „Radioactivity".

1) Kučera und Mašek, diese Zeitschr. **7**, 650—654, 1906.
2) Kučera, diese Zeitschr. **8**, 103—107, 1907.

Abstandes von dem strahlenden Präparat, wenn vor dem Kondensator die betreffende absorbierende Schicht in den Strahlengang eingeschaltet ist. Ist nun die Meinung des Herrn Kučera richtig, so müssen diese „erniedrigten" Kurven vollkommen parallel der Ionisationskurve verlaufen; denn dann erhält man, wie sich aus einer elementar-geometrischen Betrachtung ergibt, gleiche Absorption z. B. für $Al \rightarrow Sn$ und $Sn \rightarrow Al$. Ist aber meine Auffassung die richtige, so dürfen die einzelnen „erniedrigten" Kurven nicht parallel der Ionisationskurve sein.[1]) Denn in diesem Falle wird man bei Anstellung der in meiner früheren Arbeit angegebenen Rechnungsmethode verschiedene Werte für die Absorption in Richtung $Al \rightarrow Sn$ und $Sn \rightarrow Al$ erhalten. Mit anderen Worten läuft das auch auf folgendes hinaus. Nach Herrn Kučera müßte für jedes Metall die äquivalente Luftstrecke (diejenige Luftschicht, die ebenso stark absorbiert wie die Metallschicht) unabhängig sein von der Entfernung des Metalls vom Präparat, nach meiner Auffassung müßte sich eine Abhängigkeit ergeben. Nun haben aber schon Bragg und Kleeman[2]) auf S. 337 ihrer zitierten Arbeit Andeutungen davon erhalten, daß die langsameren α-Strahlen beim Durchgang durch Metalle etwas weniger beeinflußt werden als die schnelleren. Das heißt mit anderen Worten, die äquivalente Luftstrecke ist nicht konstant. Ebenso finden das gleiche die Herren Kučera und Mašek[3]) in ihren Arbeiten. In einer ganz kürzlich erschienenen Arbeit hat sich Bragg[4]) mit dieser Frage genauer befaßt. Er konnte experimentell feststellen, daß die äquivalente Luftstrecke mit der Geschwindigkeit der α-Teilchen variiert, und zwar stark bei Gold, wenig bei Aluminium. Bragg kommt in seiner Arbeit zu dem Schlusse, daß sich aus dieser Inkonstanz der äquivalenten Luftstrecke der von Frau Curie gefundene Effekt erklären lasse. Er weist auch die Hypothese der Herren Kučera und Mašek von der Hand, indem er sagt: „They (Kučera und Mašek) point out that if the scattering power of two metals is unequal, then there must be a difference in the paths of the outside rays of the pencil due to inversion of the plates. But the scattering is small, and this differential effect can only be of the second order of small quantities. Also the outside rays are not fairly representative of all the rays. And again, they compare the passage of a bundle of α-rays through air or metal to the passage of a ray of light through a somewhat turbid medium. But the effect of two such media upon a ray of light which passes through them in succession is independent of the order in which it does so."

Inzwischen habe ich meine Versuche wieder aufgenommen und möchte über die Resultate berichten. Die Versuchsanordnung war ungefähr dieselbe wie in meiner früheren Arbeit. Anstatt die Zeiten zu messen, in denen sich das Elektrometer bis zu einem bestimmten Ausschlage auflader, habe ich die „Methode der konstanten Ausschläge" von Bronson[1]) verwandt. Die Messungen nach dieser Methode[2]) sind viel genauer, da man erstens unabhängig von der Kapazität des Elektrometersystems[3]) ist, und zweitens nicht darauf zu achten braucht, daß während der Messung die Bewegung der Elektrometernadel gleichförmig ist. Dadurch, daß man die Menge der von der Radiotellurplatte ausgehenden α-Strahlen durch eine passend konstruierte Blende auf einen bestimmten Bruchteil verminderte, wurden die Ausschläge des Elektrometers auf Proportionalität geprüft. Dieselbe war in dem ganzen Meßbereiche gut gewahrt. Bei den neuen Versuchen verwandte ich auch einen Schutzkondensator, wie ihn Bragg und Kleeman angegeben haben. Zu dem Zwecke war in einem Abstande von ungefähr 2 mm von dem mit einem Messingnetz verschlossenen Zylinderkondensator ein zweites weitmaschigeres Netz aufgestellt. Zwischen diesen beiden Netzen wurde ein elektrisches Feld (angelegte Spannungsdifferenz 22 Volt) in einer solchen Richtung erzeugt, daß eine Diffusion von schädlichen Ionen in den Zylinderkondensator hinein verhindert wurde. Bei den älteren Versuchen, wo ich diesen Schutzkondensator nicht anwendete, hatte eine merkliche Diffusion stattgefunden, durch welche auch die Abnahme der prozentischen Absorption bei den größeren Entfernungen des Präparats vom Kondensator vorgetäuscht wurde. In der früheren Arbeit[4]) sagte ich wörtlich bei der Besprechung der prozentischen Absorption als Funktion der Entfernung bei Aluminium: „Man ersieht aus der Fig. 2, daß die Absorption der *Al*-Schicht mit ihrer Entfernung von dem Präparat bis zu einem Maximum wächst, um dann plötzlich auf Null zu sinken. Das ist aber nicht etwa so zu denken, daß in größerer Entfernung die Absorption wieder kleiner wird. Hätte man vollkommen parallele Strahlen, so wäre der absteigende Ast

1) Vergl. Fig. 2 weiter unten.
2) Bragg und Kleeman, Phil. Mag. September 1905.
3) Kučera und Mašek, diese Zeitschr. **7**, 630—640, 1906.
4) Bragg, Phil. Mag. April 1907.

1) Bronson, Amer. Journ. Science, Febr. 1905; Phil. Mag. (6) **11**, 143, 1906.
2) Als strahlendes Präparat verwandte ich Radiotellur (Radium *F*).
3) Vgl. Rutherford-Aschkinaß, Die Radioaktivität. Berlin, J. Springer, § 67 und § 69, 1907.
4) Edgar Meyer, l. c.

der Kurve überhaupt nicht vorhanden." Darauf also, daß diese Abnahme der Absorption nicht reell sei, habe ich sofort aufmerksam gemacht. Falsch war meine Erklärung durch die mangelnde Parallelität der Strahlen. Nicht diese, sondern die Diffusion ist der Grund. Bei den neuen Versuchen mit Verwendung des Schutzkondensators fällt dann auch der absteigende Ast in den Absorptionskurven ganz fort. Es sei übrigens bemerkt, daß die Diffusion nur dann zu merkbaren Fehlern Veranlassung gibt, wenn die zu messende Ionisation sehr klein ist. Die Zahlen aber, die ich zu der Berechnung früher gebraucht habe, und die alle auf dem ansteigenden Aste liegen, sind wenig durch die statthabende Diffusion gefälscht.

Da nach Kučera und Mašek die diffuse Zerstreuung mit dem Atomgewichte der Metalle wachsen soll, schien es mir interessant, auch Metalle von hohem Atomgewichte zu untersuchen. Von den vielen angestellten Versuchen, die alle übereinstimmend das gleiche Resultat ergaben, will ich nur einige herausgreifen und zwar die Absorption von *Ag*, *Au* und *Al*. Die einzelnen Versuche, die unter verschiedenen Bedingungen (Barometerstand, Temperatur, Feuchtigkeit) angestellt waren, wurden aufeinander reduziert, d. h. die Entfernungen der Metalle vom Präparat wurden auf die gleiche Dichte der Luft umgerechnet, die bei der Aufnahme der Ionisationskurven vorhanden gewesen war.

In der Tabelle 1 sind die prozentischen Absorptionen von einem *Au*- und einem *Ag*-Blatt (umgerechnet auf 750,5 mm Druck und 15,0° C) als Funktion ihres Abstandes *MR* vom Präparat angegeben.

Tabelle 1.

Entfernung *MR*	prozentische Absorption von *Au*	*Ag*
1,25 cm	49,1 Proz.	9,1 Proz.
1,40 „	54,4 „	9,5 „
1,60 „	62,3 „	10,5 „
1,80 „	70,8 „	12,1 „
2,00 „	80,0 „	14,7 „
2,20 „	89,4 „	19,3 „
2,40 „	97,4 „	26,2 „
2,60 „	100,0 „	36,2 „
2,80 „	—	56,0 „
3,00 „	—	87,1 „
3,20 „	—	100,0 „

Graphisch dargestellt sind diese Ergebnisse in Fig. 1. Die Werte der Ionisation im Kondensator (für 750,5 mm und 15,0°), ohne eingeschaltete absorbierende Schicht, sind in Tabelle 2 angegeben und in Fig. 2, Kurve 1 graphisch dargestellt.

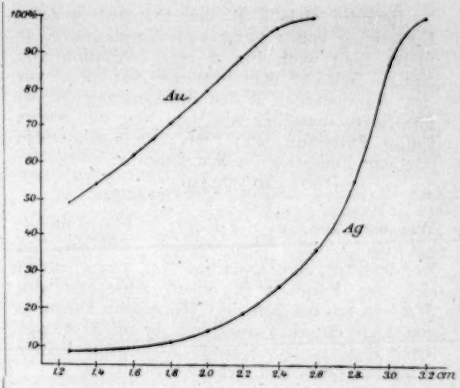


Fig. 1.

Tabelle 2.

Entfernung *MR*	Ionisation	Entfernung *MR*	Ionisation
1,24 cm	245,1	2,40 cm	112,6
1,40 „	231,3	2,60 „	84,8
1,60 „	210,5	2,80 „	55,4
1,80 „	187,2	3,00 „	25,7
2,00 „	163,5	3,10 „	12,9
2,20 „	138,7	3,20 „	3,2

Aus diesen Kurven läßt sich nun die Absorption $Au \to Ag$ und $Ag \to Au$ folgendermaßen berechnen.

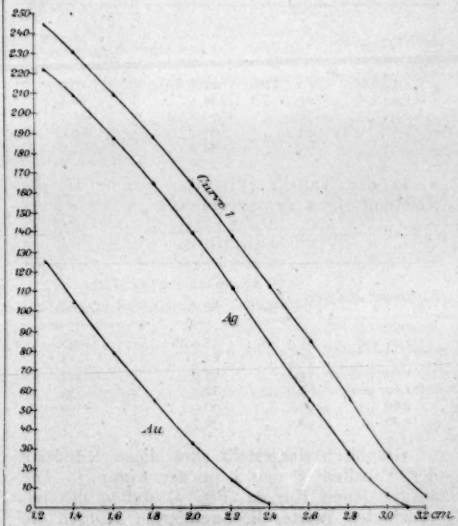


Fig. 2.

Befindet sich z. B. das Präparat in einer Entfernung von 1,25 cm vom Kondensator, so findet man nach Fig. 2 eine Ionisation von 244,4. Schaltet man jetzt die *Au*-Schicht vor den Kondensator in den Strahlengang ein, so absorbiert dieselbe, wie man aus der Kurve Fig. 1 entnimmt, 49,1 Proz. Es beträgt also jetzt die Ionisation im Kondensator:

$$\frac{(100-49{,}1)\,244{,}4}{100} = 124{,}4.$$

Wie man nun aus der Kurve 1, Fig. 2 findet, hat man, ohne absorbierende Schicht, im Kondensator eine Ionisation von 124,4, wenn sich das Präparat in einem Abstande von $MR = 2{,}310$ cm befindet. Bei einem Abstande von 2,310 cm aber absorbiert *Ag* mit 22,8 Proz. (nach Fig. 1). Die gesamte Absorption beider Schichten berechnet sich also zu:

$$100 - \frac{(100-49{,}1)(100-22{,}8)}{100} = 60{,}7 \text{ Proz.},$$

während bei einem angestellten Versuche 61,6 Proz. gefunden wurde.

In der folgenden Tabelle 3 sind in der 2. Kolumne die nach dieser Methode berechneten Absorptionen von $Au \to Ag$ eingetragen. Die 3. Kolumne enthält die beobachteten Werte von $Au \to Ag$, die aus einer ausgeglichenen Kurve für die entsprechenden Werte *MR* entnommen sind. Die 4. Kolumne enthält die Differenzen zwischen den berechneten und den beobachteten Werten.

Tabelle 3.

Entfernung *MR*	Absorption von $Au \to Ag$		
	berechnet	beobachtet	berechn.-beob.
1,25 cm	60,7 Proz.	61,6 Proz.	−0,9
1,40 „	67,3 „	67,4 „	−0,1
1,60 „	76,9 „	76,8 „	+0,1
1,80 „	87,0 „	86,6 „	+0,4
2,00 „	95,5 „	94,1 „	+1,4

In der Tabelle 4 ist das gleiche für die Richtung $Ag \to Au$ angegeben.

Tabelle 4.

Entfernung *MR*	Absorption von $Ag \to Au$		
	berechnet	beobachtet	berechn.-beob.
1,25 cm	61,8 Proz.	58,6 Proz.	+3,2
1,40 „	66,2 „	65,4 „	+0,8
1,60 „	73,4 „	73,9 „	−0,5
1,80 „	82,0 „	82,3 „	−0,3
2,00 „	90,9 „	90,0 „	+0,9
2,20 „	98,0 „	96,7 „	+1,3

Graphisch dargestellt sind diese Resultate der Tabellen 3 und 4 in der Figur 3. Die ausgezogenen Kurven (Fig. 3) stellen die beobachteten Werte, die punktierten Kurven die berechneten Werte dar. Die punktierten Kurven

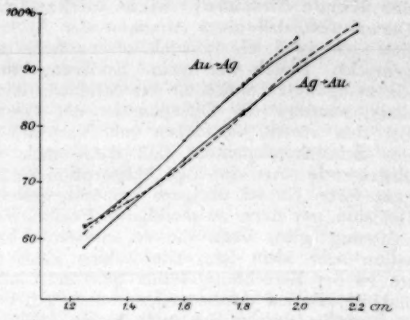


Fig. 3.

schmiegen sich den ausgezogenen dicht an. Größere Abweichungen finden sich nur am Anfang und am Ende der Kurven. Die Übereinstimmung ist eine gute zu nennen.

In den folgenden Tabellen finden sich dieselben Angaben für ein *Al*- und ein anderes *Au*-Blatt als absorbierende Schichten. Hier ist alles umgerechnet auf 750,8 mm und 18,1° C.

Tabelle 5.

Entfernung *MR*	Ionisation	Entfernung *MR*	Ionisation
1,26 cm	244,7	2,40 cm	115,4
1,40 „	232,7	2,60 „	88,3
1,60 „	212,5	2,80 „	59,5
1,80 „	189,5	3,00 „	29,8
2,00 „	165,8	3,10 „	16,5
2,20 „	141,3	3,18 „	7,8

Tabelle 6.

Entfernung *MR*	Absorption von	
	Al	*Au*
1,27 cm	18,5 Proz.	47,7 Proz.
1,40 „	19,4 „	51,6 „
1,60 „	21,4 „	59,1 „
1,80 „	24,6 „	67,7 „
2,00 „	29,8 „	77,1 „
2,20 „	38,3 „	86,8 „
2,40 „	50,6 „	95,6 „
2,46 „	—	97,8 „
2,60 „	65,0 „	—
2,80 „	84,6 „	—
2,87 „	92,5 „	—

Tabelle 7.

Entfernung *MR*	Absorption von $Al \to Au$		
	berechnet	beobachtet	berechn.-beob.
1,27 cm	70,8 Proz.	69,1 Proz.	+1,7
1,40 „	74,6 „	74,8 „	−0,2
1,60 „	81,6 „	83,2 „	−1,6
1,80 „	89,7 „	90,9 „	−1,2
2,00 „	96,6 „	97,0 „	−0,4

Tabelle 8.

Entfernung MR	Absorption von $Au \to Al$		
	berechnet	beobachtet	berechn.-beob.
1,27 cm	71,0 Proz.	69,7 Proz.	+1,3
1,40 „	76,7 „	75,8 „	+0,9
1,60 „	86,0 „	84,7 „	+1,3
1,80 „	94,6 „	92,6 „	+2,0

Graphisch dargestellt sind die Resultate der Tabellen 7 und 8 in der Fig. 4. Auch

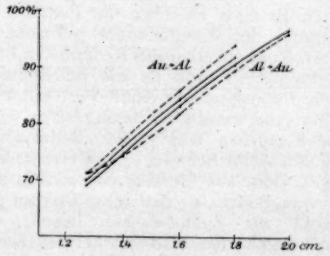


Fig. 4.

hier stellen die ausgezogenen Kurven die beobachteten Werte, die punktierten Kurven die berechneten Werte dar. Hier ist die Übereinstimmung nicht so gut. Die berechneten Werte von $Al \to Au$ sind fast alle zu tief, die berechneten Werte von $Au \to Al$ alle zu hoch. Es ist dieses ein Resultat, das sich öfters bei verschiedenen Kombinationen ergab. Man ersieht daraus, daß die berechneten Differenzen $Au \to Al$ minus $Al \to Au$ größer sind als die beobachteten. Wären also diese Abweichungen wirklich reell, so ginge daraus hervor, daß die von Bragg und Kleeman zuerst gefundene Erscheinung der Inkonstanz der äquivalenten Luftstrecke mehr wie ausreicht, um den Curieschen Effekt zu erklären. Ich halte aber diese Abweichungen nicht für reell, weil ich auch Messungen habe, bei denen die berechneten Werte $Au \to Al$ etwas kleiner sind als die beobachteten. Der Grund für diese Abweichungen liegt vielleicht in folgendem. Die Metallfolien liegen nicht direkt an dem Kondensator an, sondern es befindet sich noch der Schutzkondensator dazwischen. Dieser Abstand Kondensator-Metallfolie beträgt etwa 4 mm. Streng genommen dürfte man also nur Beobachtungen miteinander vergleichen, die auch wirklich bei derselben Luftdichte angestellt worden sind, da es dann gleichgültig ist, in welchem Abstande sich die Metallfolien von dem Kondensator befinden.

In den folgenden Tabellen 9 und 10 sind die äquivalenten Luftstrecken als Funktion der Entfernung MR für verschiedene Au-, Ag- und Al-Folien zusammengestellt, wie sie sich aus meinen Rechnungen ergeben haben.

Tabelle 10.

MR	Äquivalente Luftstrecken für Al in cm				
1,22 cm	—	—	—	0,470	0,471
1,25 „	0,462	—	—	—	—
1,27 „	—	0,451	0,437	—	—
1,40 „	0,444	0,415	0,421	0,430	0,429
1,60 „	0,434	0,390	0,405	0,408	0,410
1,80 „	0,435	0,388	0,398	0,402	0,405
2,00 „	0,439	0,392	0,399	0,398	0,398
2,20 „	—	—	—	0,400	—
2,40 „	—	—	—	0,406	—

Wie man aus den Tabellen 9 und 10 ersieht, nimmt die Größe der äquivalenten Luftstrecke tatsächlich im allgemeinen mit der Entfernung der absorbierenden Schicht von dem Präparate ab, d. h. die langsameren Strahlen verlieren von ihrer Reichweite beim Durchgange durch die Metallfolien weniger als die Strahlen mit größerer Geschwindigkeit. Bei Al und Ag scheint diese Abnahme der äquivalenten Luftstrecke zu Anfang größer zu sein. Es deutet dieses wohl darauf hin, daß das Gesetz für die Absorption der α-Strahlen in Metallen ziemlich kompliziert ist.

Zum Schlusse habe ich noch aus der Ionisationskurve Fig. 2, Kurve 1 die erniedrigten Ionisationskurven für Au und Ag (vermittels Tabelle 1) berechnet, und in Fig. 2 graphisch dargestellt. Man ersieht aus der Fig. 2, daß die Kurven nicht parallel sind, was sie ja auch wegen der Veränderlichkeit der äquivalenten Luftstrecke nicht sein können. (Bei Ag sind die Abweichungen von der Parallelität geringer,

Tabelle 9.

MR	Äquivalente Luftstrecken für Au in cm					Ag in cm	
1,20 cm	1,03	—	—	—	—	0,265	—
1,22 „	—	—	—	—	1,012	—	—
1,25 „	—	1,060	—	—	—	—	0,241
1,27 „	—	—	1,037	1,043	—	—	—
1,40 „	0,995	1,052	1,020	1,035	0,994	0,200	0,210
1,60 „	0,965	1,037	1,009	1,020	0,974	0,185	0,189
1,80 „	0,925	1,003	0,988	1,000	0,926	0,170	0,190
2,00 „	0,880	0,948	—	—	0,878	0,175	0,194
2,20 „	0,820	—	—	—	—	0,175	0,204

hier muß man zur Konstatierung einen Zirkel zu Hilfe nehmen.)

Zusammenfassung: Das Resultat meiner ersten Arbeit erhalte ich aufrecht. Darnach ist es nicht notwendig, bei der Erklärung der Absorption der α-Strahlen in Metallen eine diffuse Zerstreuung der Strahlen in den Metallen anzunehmen. Die Absorption zweier Metallfolien z. B. läßt sich berechnen, falls man für jede einzelne Folie die Absorption in Abhängigkeit von der Geschwindigkeit der α-Teilchen, oder was auf dasselbe hinauskommt, in Abhängigkeit von der Entfernung Metallfolie-Strahlungsquelle kennt.

Berlin, Physikalisches Institut der Universität, Mai 1907.

(Eingegangen 29. Mai 1907.)

Notiz über eine neue experimentelle Anordnung zu Messungen an Becquerelstrahlen.

Von A. H. Bucherer.

Zur Bestimmung der Geschwindigkeit der Kathodenstrahlen und der spezifischen Ladung der Elektronen wurde vor etwa 10 Jahren von J. J. Thomson[1]) die Methode der Kreuzung eines elektrischen und magnetischen Feldes eingeführt. Die Wirkung, welche das elektrische Feld eines Kondensators ausübt, wird durch die vom Magnetfelde herrührende elektrodynamische Kraft kompensiert. Nach dem Austritt aus den superponierten Feldern wirkt dann das magnetische Feld allein und erzeugt eine Ablenkung der Strahlen. Diese Methode wurde nun von Herrn Bestelmeyer[2]) wesentlich verbessert und insofern weiter entwickelt, als er die superponierten Felder dazu benutzte, um Strahlen ganz bestimmter Geschwindigkeit auszusondern und zur Ablenkung zu bringen. Die Thomson-Bestelmeyersche Methode scheint mir allen bisherigen Methoden der experimentellen Bestimmung der spezifischen Ladung der Kathoden- und Becquerelstrahlen überlegen zu sein. Allerdings hat diese Methode in einem Punkte einen wesentlichen Nachteil gegenüber der Kaufmannschen Anordnung der parallelen Felder und Herr Bestelmeyer weist hierauf selbst hin. Man erhält nämlich mit einer Exposition „nur den Wert der spez. Ladung für eine Geschwindigkeit, während Herr Kaufmann mit einer Exposition den Wert für alle Geschwindigkeiten erhält."

Als ich mich nun nach einer Methode umsah, um die Ablenkung schief gegen die Feldrichtung fliegender Elektronen[3]) zu untersuchen, gelangte ich zur Ausarbeitung einer Versuchsanordnung, welche die Vorzüge des Thomsonschen Prinzips mit denen des Kaufmannschen vereinigt und dabei gleichzeitig gestattet, die spezielle Frage, welche den Ausgangspunkt gebildet hatte, zu beantworten. Ich beschreibe den Apparat, wie er bis auf einige Details nunmehr fertig vorliegt. Der Kondensator besteht aus zwei kreisrunden horizontal liegenden Platten, deren Durchmesser 8 cm und deren Abstand voneinander 0,25 mm beträgt. Als Strahlungsquelle wird ein Körnchen Radiumsalz und zwar das **Fluorid** anstatt des bisher verwandten Bromids zwischen die Platten in den Mittelpunkt des Kondensators gebracht. Da die spez. Konzentration des Radiums im Fluorid etwa doppelt so groß ist wie im Bromid, so wird die Expositionszeit durch Verwendung des Fluorids ganz wesentlich herabgesetzt, was bei diesen Versuchen von großer Bedeutung ist. Der Kondensator befindet sich in einer zylinderförmigen Dose aus Messing und zwar in halber Höhe vom Boden, so daß seine Flächen genau senkrecht zur Zylinderachse liegen, welch letztere durch den Mittelpunkt des Kondensators geht. Die sehr exakt gearbeitete zylinderförmige Dose hat einen inneren Durchmesser von 16 cm und eine innere Höhe von 8 cm. Die Dose kann durch einen aufgeschliffenen Glasdeckel luftdicht verschlossen werden, so daß sie evakuiert werden kann. Durch passende Durchbohrungen werden die Zuleitungen von der Batterie isoliert eingelassen. Der photographische Film wird durch zwei Federn gegen die Innenwand der Dose angepreßt. Letztere läßt sich in die Mitte eines Solenoids einschieben, dessen rechteckiger Querschnitt den Dimensionen der Dose angepaßt ist. Das Solenoid ist 1 m lang und hat 250 Windungen.

Der Zweck meiner Anordnung ist leicht zu erkennen. Da die Richtungen der Strahlen alle möglichen Winkel α mit der Richtung der magnetischen Kraft bilden, so wird die Kraft $Hu \sin \alpha$, die nach Maxwell aufträte, alle möglichen Werte annehmen. Wird diese durch die elektrische Kraft F kompensiert, so ist:

$$u = \frac{F}{H \sin \alpha}.$$

Es werden also Elektronen aller Geschwindigkeiten mit ihren entsprechenden Massen auf den Film auftreffen und so eine Kurve erzeugen, welche die spez. Ladung als Funktion der Geschwindigkeit zu bestimmen gestattet. Es genügt demgemäß eine einzelne Exposition zur Prüfung der verschiedenen Theorien des Elektrons.

Bonn, Physikalisches Institut, 30. Mai 1907.

(Eingegangen 2. Juni 1907.)

1) J. J. Thomson, Conduction of electricity through gases. 2d edition, p. 119.
2) A. Bestelmeyer, Ann. d Phys. **22**, 429, 1907.
3) A. H. Bucherer, Phil. Mag.

Zur Integration der Lorentz-Poincaréschen Potentialgleichungen der Elektronentheorie.

Von Arthur Schidlof.

Bekanntlich haben Lorentz und Poincaré die Vektorgrößen des elektromagnetischen Feldes mittels zweier Hilfsgrößen, des skalaren Potentials φ und des Vektorpotentials $\mathfrak{a}$ dargestellt, und zwar sind diese beiden Hilfsgrößen durch die Integrale

$$\varphi = \int \frac{1}{r}[\varrho]\,d\tau \qquad \mathfrak{a} = \frac{1}{c}\int \frac{1}{r}[\varrho \mathfrak{u}]\,d\tau$$

ausgedrückt. Die Raumintegrale erstrecken sich auf den unendlichen Raum. r ist der von dem betrachteten Punkte des Feldes gezogene Radiusvektor, $\mathfrak{u}$ die beliebige Geschwindigkeit eines Massenpunktes, ϱ die Ladungsdichte, c die Lichtgeschwindigkeit im Vakuum, $d\tau$ ein Integrationselement. Die Klammerzeichen bedeuten, daß die Quantitäten ϱ und $\varrho\mathfrak{u}$ zu einer Zeit gemessen werden müssen, welche von der betrachteten um $\frac{r}{c}$ Zeiteinheiten zurückliegt. Als Einheiten sind hier die von Lorentz „gemischtes System" benannten benutzt.

Nun haben Liénard und Wiechert die oben angegebenen Integrale für ein in Bewegung begriffenes Elektron integriert, indem sie den Dimensionen dieses Elektrons Rechnung tragen. Verfolgt man aber die, sei es von Liénard, sei es von Wiechert angewendete Rechnungsmethode, oder die von Lorentz Enzyklop. d. math. Wiss. 5, 14, S. 185 gegebene äußerst klare Darstellung dieser Überlegung, so drängt sich der Gedanke auf, daß die Resultate dieser Rechnung um so richtiger sein müssen, je kleiner die Dimensionen der Ladung sind; ja vollkommen richtig bloß für eine punktförmige Ladung, weil in diesem letzteren Falle, die im Nenner vernachlässigten Glieder, welche Dimensionen der Ladung enthalten, von selbst wegfallen, und auch die relativen Geschwindigkeiten der einzelnen Punkte der Ladung nicht in Betracht kommen. Außerdem erhält man von der Liénard-Wiechertschen Lösung ausgehend dieselben Gleichungen, welche von Heaviside für die Bewegung einer Punktladung aufgestellt wurden.

Im folgenden will ich nun versuchen, die Liénard-Wiechertschen Formeln für Ladungen von unendlich kleinen Dimensionen streng zu beweisen.

Betrachten wir zwei unendlich benachbarte feste Raumpunkte P_0 und P zur Zeit t, denen die Emissionszeitpunkte t_0 und t_0' der sich bewegenden Ladung zugeordnet sein mögen. Zur Zeit t_0 befinde sich die Ladung in O und zur Zeit t_0' in dem auf dem Wege der Ladung später erreichten Raumpunkte O'. Zwischen den zwei unendlich benachbarten Punkten O und O' bewege sich die Ladung mit der mittleren Geschwindigkeit $\mathfrak{u}$.

Dann ist:

$$OO' = \mathfrak{u}(t_0' - t_0) = \mathfrak{u}\,dt_0.$$

Wir bezeichnen die Entfernungen P_0O beziehungsweise PO' mit r_0 und r', so daß:

$$r_0 = c(t - t_0) \qquad r' = c(t - t_0'),$$

worin c die Lichtgeschwindigkeit bedeutet. Voraussetzungsgemäß ist:

$$t_0' > t_0$$

und

$$r_0 > r'.$$

Die unendlich kleine Differenz $r' - r_0$ sei δr bezeichnet. Und zwar ist:

$$\delta r = r' - r_0 = c(t_0 - t_0') = -c\,dt_0. \qquad (1)$$

Wir verbinden nun noch den festen Anfangspunkt P_0 mit O' und deuten die Entfernung P_0O' durch r an. Die Differenz $r' - r$ sei als „räumliches" Differential dr bezeichnet, und zwar hat dr, da die Emission von O' offenbar in P_0 zu einer späteren Zeit t' eintrifft, als in P, die Bedeutung:

$$dr = r' - r = c(t - t') = -c\,dt. \qquad (2)$$

Endlich sei das Differential $r - r_0$ durch Dr angedeutet

$$Dr = r - r_0. \qquad (3)$$

Aus der vorstehenden Figur ergibt sich nun leicht die Beziehung:

$$Dr = -OO'\cos(\mathfrak{u}r).$$

Ersetzt man OO' durch seine Bedeutung:

$$OO' = \mathfrak{u}\,dt_0 = -\frac{\mathfrak{u}}{c}\delta r,$$

so findet man:

$$Dr = \frac{\mathfrak{u}}{c}\cos(\mathfrak{u}r)\,\delta r$$

und da:

$$\delta r = r' - r_0 = r' - r + r - r_0 = dr + Dr,$$

so hat man einerseits:

$$Dr = \delta r - dr.$$

also nach (1) und (2)

$$Dr = c(dt - dt_0), \qquad (4)$$

und anderseits:

$$\delta r = dr + \frac{\mathfrak{u}}{c}\cos(\mathfrak{u}r)\,\delta r,$$

woraus folgt:

$$\delta r = \frac{dr}{1 - \frac{\mathfrak{u}}{c}\cos(\mathfrak{u}r)}. \qquad (5)$$

Es wird hier nützlich sein, zu bemerken, daß von den im vorangehenden aufgestellten Differentialausdrücken dr, Dr und δr bloß der erste eine ganz beliebig anzunehmende Größe ist. Sein Wert hängt ja bloß davon ab, wo wir den Punkt P annehmen. Dieser aber hat der einzigen Bedingung zu genügen, daß $P_0 P$ unendlich klein sein soll. Dagegen hängt der Wert δr von $\mathfrak{u}\cos(\mathfrak{u}r)$ ab. δr nimmt demnach an verschiedenen Stellen des Raumes verschiedene Werte an.

Was nun die beiden Integrale:

$$\varphi = \int \frac{1}{r}[\varrho]\,d\tau, \qquad \mathfrak{a} = \frac{1}{c}\int \frac{1}{r}[\varrho\mathfrak{u}]\,d\tau$$

betrifft, so wollen wir zunächst zeigen, daß die so definierten Funktionen φ und $\mathfrak{a}$ gar keinen bestimmten Wert und keine bestimmte Bedeutung haben, oder daß vielmehr die Bedeutung und der Wert der beiden Größen φ und $\mathfrak{a}$ davon abhängt, wie bei der Einteilung des Raumes in Elemente vorgegangen wird.

Es hat nämlich die Variable r bekanntlich die Bedeutung

$$r = c(t - t_0),$$

so daß ihr unendlich kleiner Anwachs allgemein durch den Formel (4) gegebenen Ausdruck dargestellt wird. Doch wird man bemerken, daß, wenn Dr in der angegebenen Weise gewählt wird, sowohl t_0 als auch t sich ändern werden. Somit wird eine derart ausgeführte Integration nicht die zu einer bestimmten Zeit in P ankommenden Potentiale ergeben. Man kann nun anders verfahren. Man kann z. B.

$$dt_0 = 0$$

setzen, also alle emittierenden Massen als ruhend, und zur gleichen Emissionszeit t_0 betrachten. In diesem Falle hat man:

$$dr = c\,dt$$

und es kommt dr [Formel (2)] die Bedeutung des gewöhnlichen „räumlichen" Differentials zu. Doch ergibt auch in diesem Falle die Integration nicht das zu einer bestimmten Zeit t in P bestehende Potential.

Um zu diesem letzteren Resultate zu kommen, muß man offenbar:

$$dt = 0$$

setzen und erhält:

$$\delta r = -c\,dt_0.$$

Dann ist aber [Formel (5)] der Anwachs der Variablen r von den in einem gegebenen Raumpunkte bestehenden Größen $\mathfrak{u}$ und $\cos(\mathfrak{u}r)$ abhängig und man kann bei der Einteilung des Raumes in Elemente nicht ganz beliebig verfahren.

Sei $d\omega$ der räumliche Winkel, unter dem ein beliebiges unendlich kleines Flächenelement vom Anfangspunkte P aus gesehen wird und r der Radiusvektor. Dann wird unser Raumelement:

$$d\tau = r^2 d\omega\,\delta r,$$

wo δr den Gleichung (5) angegebenen Wert hat.

Zieht man vom Punkte P aus einen Fahrstrahl nach einem beliebigen Raumpunkte A, so hat das in A befindliche Raumelement den gewöhnlichen Wert:

$$d\tau' = r^2 d\omega\,dr,$$

wenn die in A bestehende Ladungsdichte ϱ Null ist, oder aber, wenn zwar ϱ von Null verschieden ist, dagegen $\mathfrak{u}$ oder $\cos(\mathfrak{u}r)$ gleich Null ist.

Sind aber ϱ, $\mathfrak{u}$ und $\cos(\mathfrak{u}r)$ von Null verschieden, so ist das Raumelement:

$$d\tau = r^2 d\omega\,\delta r,$$

also größer oder kleiner als $d\tau'$, je nachdem daß $\cos(\mathfrak{u}r)$ positiv oder negativ ist. Es hat nämlich in diesem Falle das Raumelement den Wert:

$$d\tau = \frac{d\tau'}{1 - \frac{\mathfrak{u}}{c}\cos(\mathfrak{u}r)}.$$

Daraus geht aber hervor, daß die in bewegten Punkten bestehenden Ladungen e scheinbar größer oder kleiner sein werden als in ruhenden Punkten. Denn während eine ruhende Ladung mit dem gewöhnlichen Werte:

$$\int \varrho r^2 dr\,d\omega = e$$

in Rechnung kommt, ist der entsprechende Wert für eine bewegte Ladung

$$\int \varrho r^2 \delta r\,d\omega = \frac{e}{1 - \frac{\mathfrak{u}}{c}\cos(\mathfrak{u}r)},$$

da doch die Dichte ϱ durch die Bewegung keine Änderung erfahren soll.

Auf Grund dieser Überlegungen können die Potentialformeln:

$$\varphi = \frac{e}{r\left[1 - \frac{u}{c}\cos(ur)\right]} \qquad a = \frac{eu}{cr\left[1 - \frac{u}{c}\cos(ur)\right]}$$

leicht abgeleitet werden. Und zwar glauben wir, daß diese Formeln für bewegte Punktladungen — aber auch nur für solche — als streng bewiesen angesehen werden dürfen.

(Eingegangen 26. Mai 1907.)

Über die Grundlagen der Elektronentheorie.

Von G. A. Schott.

1. Bekanntlich nimmt die Elektronentheorie, in der ihr von Lorentz gegebenen Fassung, keine Rücksicht auf die Wirkungen nichtelektromagnetischer Art, die sich vielleicht zwischen dem Äther und den Elektronen abspielen; denn der Äther wird innerhalb sowohl als außerhalb des Elektrons als ruhend angesehen, und es werden in beiden Gebieten der Dielektrizitätskonstanten und der magnetischen Permeabilität dieselben konstanten Werte beigelegt. Nun ist aber die Maxwellsche Theorie auf der Annahme aufgebaut, daß eine mechanische Erklärung elektromagnetischer Erscheinungen möglich ist; und man kann füglich fragen, ob die Annahme eines ruhenden unmodifizierten Äthers und eines frei beweglichen Elektrons damit verträglich ist. Es ist Zweck vorliegender Arbeit, zur Beantwortung dieser Frage einen Anfang zu machen.

2. Der Äther wird als ein im allgemeinen kontinuierliches Medium aufgefaßt. Dabei soll die Möglichkeit von Lücken nicht ausgeschlossen sein; denn es könnte das Elektron als eine Vakuole im Äther mit permanenter Flächenladung aufgefaßt werden, wie es tatsächlich auch in der Theorie von Larmor geschieht. Nur sollen solche Vakuolen nicht von selbst verschwinden oder sich von neuem bilden können. Man muß auch die Möglichkeit von Unstetigkeitsflächen zulassen, nur muß an ihnen aus dem eben angegebenen Grunde die Normalverschiebung auf beiden Seiten jederzeit denselben Wert haben. Jede mechanische Theorie schreibt dem Äther Dichte und Elastizität irgendeiner Art zu, und sucht letztere auf die Wirkungen verborgener Bewegungen zurückzuführen; außerdem nimmt sie weitere verborgene Bewegungen und Deformationen des Äthers an, die zwar an sich klein sind, aber doch schon eine Art Durchschnitt der ersten Bewegungen darstellen, und sich uns als elektromagnetische Störungen bemerkbar machen. Es bezieht sich die Stetigkeit nur auf diese letzteren Bewegungen und Deformationen und nicht notwendigerweise auf die allerfeinste Struktur des Äthers, die wie im Granularäther von Osborne Reynolds diskontinuierlich sein kann.

3. Es ist das Elektron immer mit einer Unstetigkeitsfläche verknüpft, die sich mit ihm bewegen muß. Nun ist von Riemann, Hugoniot[1]) und anderen eine Theorie der Fortpflanzung solcher Unstetigkeitsflächen für kontinuierliche Medien ausgearbeitet worden. Daraus ergeben sich gewisse Bedingungen für die Funktionswerte, respektiv die Verschiebungen, an der Fläche und für die Fortpflanzungsgeschwindigkeit; teils kinematische, aus den Bedingungen der Stetigkeit und der Permanenz fließend, teils dynamische, von den Bewegungsgleichungen des Mediums herrührend. Die kinematischen Bedingungen müssen sich nun direkt auf das Elektron anwenden lassen, ohne daß man über die Struktur des Äthers oder des Elektrons nähere Annahmen zu machen braucht. Sie sind im folgenden Lehrsatz von Hugoniot zusammengefaßt.

4. Man betrachte die Elementarteilchen des Äthers als beweglich. Das Teilchen, das zur Zeit t sich im Punkte (x, y, z) befindet, sei durch seine Anfangskoordinaten (a, b, c) charakterisiert, wobei die Anfangszeit beliebig ist. Differentiationen im System $(xyzt)$ sollen durch $\frac{\partial}{\partial t}$ usw., solche im System $(abct)$ durch $\frac{d}{dt}$ usw. bezeichnet werden. Dann ist

$$\frac{d}{dt} = \frac{\partial}{\partial t} + u\frac{\partial}{\partial x} + v\frac{\partial}{\partial y} + w\frac{\partial}{\partial z},$$

$$\frac{\partial}{\partial x} = \frac{D_{11}}{D}\frac{d}{da} + \frac{D_{12}}{D}\frac{d}{db} + \frac{D_{13}}{D}\frac{d}{dc}, \text{ usw.},$$

wo (u, v, w) die Geschwindigkeit des Teilchens ist, und D, D_{11}, usw. die Funktionaldeterminante $\frac{d(x, y, z)}{d(a, b, c)}$ und deren Unterdeterminanten in bezug auf $\frac{dx}{da}$ usw. bedeuten.

Es sei Ψ eine Funktion von (a, b, c, t), die selbst, sowie auch ihre Differentialquotienten bis zur Ordnung $n - 1$ inklusive, an der Fläche $f(a, b, c, t) = 0$ stetig ist, deren Differentialquotienten der Ordnung n aber an dieser Fläche Sprünge erleiden. Der Kürze halber schreibe man $\Psi_2 - \Psi_1 = \{\Psi\}_1$, wo sich die Indizes auf die beiden Seiten der Fläche beziehen; dann kann man den Lehrsatz von Hugoniot so formulieren:

1) Siehe Hadamard, Propagation des Ondes, S. 103, 1903.

$$\left\{\frac{d^n \psi}{da^p\, db^q\, dc^r\, dt^h}\right\} = \psi \cdot \alpha^p \beta^q \gamma^r (-\Theta)^h, \qquad (1)$$
$$p+q+r+h=n$$

α, β, γ sind die Direktionskosinus der Normalen, welche wir von 1 nach 2 gezogen denken; Θ ist die Geschwindigkeit der Fläche f an der betreffenden Stelle in der Richtung dieser Normalen relativ zum Medium; und ψ ist ein Faktor der von den Zahlen p, q, r, h ganz unabhängig ist. $\psi, \alpha, \beta, \gamma, \Theta$ sind im allgemeinen von Stelle zu Stelle und Zeit zu Zeit variabel; Gleichung (1) zeigt an, daß alle Differentialquotienten der Ordnung n im allgemeinen auf der ganzen Fläche f und jederzeit endliche Sprünge erleiden. Man kann sagen, die Funktion ψ erleide an der Fläche f eine Unstetigkeit n-ter Ordnung.

5. Wir wollen zunächst als Beispiel der Anwendung des Hugoniotschen Lehrsatzes einige Resultate ableiten, die die Verschiebung und Dichte in einem kontinuierlichen Medium betreffen.

Man kennzeichne die Verschiebung durch den Vektor $\mathfrak{q}$ der von (a, b, c) nach (x, y, z) gezogen ist; $\mathfrak{q}$ mit seinen Differentialquotienten soll der Einfachheit wegen durchweg als so klein angenommen werden, daß man höhere im Vergleich zu den ersten Potenzen vernachlässigen kann.

Es sei die Dichte des Ätherelements (a, b, c) zur Zeit Null, also in der Anfangslage (a, b, c), gleich s_0, in der Lage (x, y, z) dagegen gleich s; dann ist

$$s_0/s = D = 1 + \operatorname{div} \mathfrak{q}. \qquad (2)$$

An der Fläche f sei nun $\mathfrak{q}$ unstetig von der n-ten Ordnung, so daß man hat wegen (1)

$$\left\{\frac{d^n \mathfrak{q}}{da^p\, db^q\, dc^r\, dt^h}\right\} = \mathfrak{Q} \alpha^p \beta^q \gamma^r (-\Theta)^h, \qquad (3)$$
$$p+q+r+h=n,$$

wo $\mathfrak{Q}$ eine Vektorfunktion von (a, b, c, t) ist. Man hat alsdann

$$\left.\begin{aligned}
&\left\{\frac{d^{n-1} \operatorname{div} \mathfrak{q}}{da^p\, db^q\, dc^r\, dt^h}\right\} \\
&= \mathfrak{Q}_x \alpha^p \beta^q \gamma^r (-\Theta)^h \\
&\left\{\frac{d^{n-1} \operatorname{rot} \mathfrak{q}}{da^p\, db^q\, dc^r\, dt^h}\right\} \\
&= [\nu \mathfrak{Q}] \alpha^p \beta^q \gamma^r (-\Theta)^h
\end{aligned}\right| \; p+q+r+h=n-1 \qquad (4)$$

$$\left\{\frac{d^{n-2} \operatorname{rot}^2 \mathfrak{q}}{da^p\, db^q\, dc^r\, dt^h}\right\} = (\nu \mathfrak{Q}_x - \mathfrak{Q}) \alpha^p \beta^q \gamma^r (-\Theta)^h, \qquad (5)$$
$$p+q+r+h=n-2$$

(2) und (4) geben die Unstetigkeit von s_0/s an.

6. Man wende weiter den Hugoniotschen Lehrsatz auf die Lorentzschen Gleichungen an, wobei man am bequemsten die Potentiale von Liénard und Wiechert, ihrer eigenen Stetigkeit wegen, zugrunde legt. Dann findet man alles in Einklang mit dem Kontinuitätsprinzip, wenn man nur setzt $\Theta = \mathfrak{v}_\nu$, wo $\mathfrak{v}$ die Geschwindigkeit der Elektrizität an der Oberfläche des Elektrons bedeutet. Dies ist aber eine Identität, die weiter nichts aussagt, als daß die Unstetigkeitsfläche der Potentiale und Kräfte immer mit der Oberfläche des Elektrons zusammenfällt. Weiter findet man, daß die tangentiellen Komponenten der Vektoren $\mathfrak{f} = \mathfrak{d} + \left[\frac{\mathfrak{v}}{c}\, \mathfrak{h}\right]$ und $\mathfrak{g} = \mathfrak{h} - \left(\frac{\mathfrak{v}}{c}\, \mathfrak{d}\right)$ nur Unstetigkeiten höherer Ordnung als $\mathfrak{d}, \mathfrak{h}$ selbst aufweisen.

7. Es ist also die Lorentzsche Annahme der freien Beweglichkeit des Elektrons, wie ja vorauszusehen war, an sich mit dem Kontinuitätsprinzip im besten Einklang; es fragt sich nur, ob sie es noch bleibt, wenn man den elektromagnetischen Kräften mechanische Deutungen unterlegt.

Wegen der quadratischen Form der elektromagnetischen Energie des Äthers, sowie der Bewegungs- und Deformationsenergien eines mechanischen Mediums, ist es klar, daß $\mathfrak{d}, \mathfrak{h}$ nur durch lineare Vektorfunktionen der Verschiebung $\mathfrak{q}$ und ihrer Differentialquotienten dargestellt werden können. Bekanntlich müssen ferner entweder $\mathfrak{d}$ rotatorischen und $\mathfrak{h}$ translatorischen Charakter haben, oder umgekehrt; so daß die möglichen mechanischen Theorien sich je nachdem in zwei Klassen teilen lassen. Von diesen wollen wir der Kürze halber nur je eine betrachten.[1])

8. Erster Fall (Sommerfeld, Larmor). Im freien Äther setzen wir

$$\mathfrak{h} = \sqrt{s_0}\, \dot{\mathfrak{q}}, \quad \mathfrak{d} = C \sqrt{s_0} \operatorname{rot} \mathfrak{q}. \qquad (6)$$

Diese Ausdrücke befriedigen die Maxwell-Hertz-Lorentzschen Gleichungen des freien Äthers

$$\frac{\dot{\mathfrak{d}}}{c} = \operatorname{rot} \mathfrak{h}, \quad \frac{\dot{\mathfrak{h}}}{c} = -\operatorname{rot} \mathfrak{d} \qquad (7)$$
$$\operatorname{div} \mathfrak{d} = 0, \quad \operatorname{rot} \mathfrak{h} = 0, \qquad (8)$$

wenn nur s_0 eine Konstante ist, und weiter

$$\ddot{\mathfrak{q}} = -c^2 \operatorname{rot}^2 \mathfrak{q} \qquad (9)$$
$$\operatorname{div} \dot{\mathfrak{q}} = 0. \qquad (10)$$

Die Gleichung (9), welche nichts weiter als die Bewegungsgleichung des Äthers ist, bekommen wir bekanntlich, wenn wir den Äther entweder als quasi labil oder als gyrostatisch elastisch annehmen (Lord Kelvin); die Gleichung (10) fordert, daß er inkompressibel sei.

Es hat nun Boltzmann hervorgehoben, daß diese Annahme (6) eine Schwierigkeit mit sich

1) Über dieses Thema vergleiche man H. A. Lorentz, Math. Enzyklopädie, Bd. 5, H. 13, §§ 41, 42, wo die einschlägige Literatur angegeben ist.

bringt; bedeutet nämlich S eine das Elektron umgebende, aber ganz im freien Äther liegende Fläche, so muß sein

$$\int\int \mathfrak{d}_\nu \, dS = e \qquad (11)$$

was mit (6_2) unvereinbar ist, wenn man das Integral (11) auf die ganze Fläche S ausdehnt. Man muß also auf S ein winziges Bereich Σ ausschließen und das Integral (11) nur auf $S - \Sigma$ ausdehnen; dasselbe Integral über Σ genommen, muß dann den Wert $-e$ haben. Nimmt man jetzt S, von der Oberfläche des Elektrons anfangend, immer größer und größer, so erzeugt Σ einen sehr dünnen röhrenförmigen Raum, welcher durch eine röhrenförmige Unstetigkeitsfläche begrenzt wird. Außerhalb dieser Fläche ist $\mathfrak{d}$ vom Elektron weg, innerhalb auf dasselbe zu gerichtet, so daß die elektrische Kraft, und somit auch die Drehung rot $\mathfrak{q}$, tangentiell unstetig wird. Um diese Unstetigkeit aufrecht zu erhalten, muß die Unstetigkeitsfläche Sitz tangentieller Kräfte sein, die zwischen den beiderseitigen Ätherteilchen wirken; eine dauernde gegenseitige Verschiebung dieser Teilchen kann also nicht stattfinden, sonst würden diese Kräfte fortwährend Arbeit verbrauchen oder auch produzieren. Es muß also nicht nur die normale, sondern auch die tangentielle Geschwindigkeit, also $\dot{\mathfrak{q}}$ selbst, an der Fläche stetig sein.

Wir wenden nun den Lehrsatz von Hugoniot an. Die Fläche ist offenbar eine Unstetigkeitsfläche erster Ordnung für $\mathfrak{q}$, so daß wir in den Gleichungen (3) und (4) $n = 1$ setzen müssen. Sie ergeben

$$\langle \dot{\mathfrak{q}} \rangle = -\theta \mathfrak{Q} \qquad (12)$$

$$\langle \operatorname{rot} \mathfrak{q} \rangle = [\nu \mathfrak{Q}]. \qquad (13)$$

Zufolge (13) ist

$$\mathfrak{Q}_\lambda \neq 0,$$

wo λ eine gewisse Richtung tangentiell zur Fläche ist, also nach (12)

$$\langle \dot{\mathfrak{q}}_\lambda \rangle = -\theta \mathfrak{Q}_\lambda .$$

Nun ist

$$\langle \dot{\mathfrak{q}}_\lambda \rangle = 0,$$

dem oben Gesagten zufolge; da

$$\mathfrak{Q}_\lambda \neq 0,$$

muß

$$\theta = 0.$$

Mit andern Worten: die normale Geschwindigkeit der Unstetigkeitsfläche relativ zum Äther ist notwendig überall gleich Null. Ihre Ansatzstelle am Elektron kann sich also nur in Richtung der Röhrenachse bewegen; aber diese Bewegung ist auch ausgeschlossen, denn sie bedeutet eine Verlängerung der Röhre, welche wegen der Inkompressibilität des Äthers auch unmöglich ist.

Es läßt sich also diese erste Klasse mechanischer Theorien mit der freien Beweglichkeit des Elektrons durch den ruhenden Äther nicht in Einklang bringen; denn erstens kann man bei dieser Klasse $\mathfrak{q}$ nur durch eine Summe von Gliedern der Form $\frac{d^n q}{da^l db^m dc^r dt^k}$ ersetzen, zweitens geben sie alle $\theta = 0$, wie im obigen einfachen Fall; wobei man sofort einsieht, daß Glieder, für welche h von Null verschieden ist, überhaupt keine Unstetigkeit der elektrischen Kraft geben können.

9. Zweiter Fall (Boltzmann).

Im freien Äther setzen wir

$$\mathfrak{d} = \sqrt{s_0}\,\dot{\mathfrak{q}}, \quad \mathfrak{h} = -C\sqrt{s_0} \operatorname{rot} \mathfrak{q}, \qquad (14)$$

welche mit den Gleichungen (7), (8) verträglich sind und wie früher im freien Äther (9), (10) ergeben. Um ein Elektron darzustellen, müssen wir gerade wie früher eine vom Elektron ausgehende röhrenförmige Unstetigkeitsfläche annehmen, durch die jetzt Äther fließt, und zwar in entgegengesetzter Richtung zur äußeren Strömung, die nach (14_1) notwendig stattfindet. Die Röhre ist also eine Gleitfläche, und die Unstetigkeit von $\mathfrak{q}$ ist erster Ordnung und tangentiell, so daß die Gleichungen (12), (13) auch jetzt stattfinden.

Man nehme die Richtung λ parallel der Röhrenachse in der Richtung der Strömung außerhalb der Röhre, und die Einheitsnormale ν nach auswärts, so daß μ in bestimmtem Sinne um die Röhre herumläuft. Dann ist nach (12)

$$\langle \dot{\mathfrak{q}} \rangle = -\theta \mathfrak{Q}_\lambda, \quad 0 = \mathfrak{Q}_\mu = \mathfrak{Q}_\nu ; \qquad (15)$$

also nach (14_1)

$$\langle \mathfrak{d}_\lambda \rangle = -\sqrt{s_0}\,\theta \mathfrak{Q}_\lambda . \qquad (16)$$

Es muß also an der Röhrenfläche $\mathfrak{d}$ eine tangentielle Unstetigkeit aufweisen; das ist aber nach den Maxwellschen Gleichungen nur möglich, wenn Oberflächenströme stattfinden, also im freien Äther von vornherein ausgeschlossen. Daraus folgt, daß auch diese zweite Klasse von Theorien mit der Lorentzschen Annahme eines von der Elektrizität ganz unbeeinflußten Äthers unvereinbar ist.

10. Allerdings kann man sich auf den phänomenologischen Standpunkt stellen, daß es gar nicht nötig sei, die Lorentzsche Theorie in Einklang mit mechanischen Theorien zu bringen. Abgesehen davon, daß dieser Standpunkt nicht allgemein befriedigt, was ja durch die zahlreichen Versuche, mechanische Theorien aufzustellen, zur Genüge bewiesen wird, muß man in Betracht ziehen, daß Maxwell durchweg den Grundsatz vertritt, daß seine Gleichungen jedenfalls eine mechanische Erklärung elektromagnetischer Erscheinungen zulassen, mag die-

selbe wirklich gefunden werden oder nicht; deshalb ist ein Versuch wenigstens gerechtfertigt, die Lorentzsche Theorie mit mechanischen Äthertheorien vereinbar zu machen. Man kann aber noch weiter gehen: bei den Maxwell-Hertzschen Gleichungen findet der phänomenologische Standpunkt seine Berechtigung darin, daß diese Gleichungen die Versuchsresultate von Ampère, Faraday und Hertz unmittelbar ausdrücken; das ist bei den Lorentzschen Gleichungen nicht der Fall, sie führen vielmehr zu Schwierigkeiten, die bisher nur mittels mechanischer Deutungen aufgeklärt worden sind. Ich will nur drei Fälle angeben.

A. Poincaré[1]) hat hervorgehoben, daß das Prinzip der Gleichheit von Wirkung und Gegenwirkung für materielle Systeme bei elektromagnetischen Vorgängen im allgemeinen verletzt wird, wenn man nicht dem Äther Bewegungsgröße zuschreibt. Diese Bewegungsgröße kann natürlich nur mechanisch gedeutet werden, etwa als von verborgenen Wirbelbewegungen herrührend, was ich aber hier nicht weiter ausführen will.

B. Poincaré[2]) nochmals hat hervorgehoben, daß die bekannte Lorentzsche Erklärung der Unmöglichkeit eines experimentellen Beweises der absoluten Bewegung unbedingt das Lorentzsche Elektron fordert, wobei es aber nötig ist, eine Art Druck des Äthers auf das Elektron anzunehmen, um das Energieprinzip zu retten.

C. Wenn man ein Modell des Atoms mittels negativer Elektronen zu konstruieren sucht, so finden die Erscheinungen der Radioaktivität, insbesondere die große Energie der α- verglichen mit derjenigen der β-Strahlen, ihre einfachste, vielleicht ihre einzige Erklärung darin, daß man die Elektronen als in zyklischen Bewegungen begriffen auffaßt.

Aber ein System, welches Elektronen in Bewegung mit enthält, kann nach Jeans[3]) keine bestimmte Struktur haben, weil nicht genug Gleichungen vorhanden sind, um die Größenverhältnisse der Bahnen und außerdem noch die Geschwindigkeiten der Elektronen zu bestimmen. Diese Schwierigkeit kann nur dadurch gehoben werden, daß man annimmt, das Elektron sei in einer langsamen Ausdehnung begriffen, wobei nur ein Teil der freiwerdenden elektromagnetischen Energie des Elektrons dazu verwandt wird, den infolge der zyklischen Bewegung durch Strahlung auftretenden Energieverlust zu decken; was übrig bleibt, kann allein durch eine mechanische Kraft oder Druck des Äthers auf das Elektron verzehrt werden.[4])

1) Arch. néerl. (2), 5, 232, 1900.
2) Comptes Rendus, 111, 1504, 1905.
3) Phil. Mag. (6) **11**, 421.
4) Siehe auch Schott, Phil. Mag. (6) **12**, 21.

11. Macht man nun den Versuch, die Lorentzsche Theorie zu modifizieren, um sie in Einklang mit irgendeiner mechanischen Erklärung zu bringen, so bieten sich drei Wege dar. Erstens kann man an der Vorstellung des überall ruhenden Äthers festhalten; dann muß man annehmen, daß seine Eigenschaften innerhalb des Elektrons von denen außerhalb verschieden seien, eben wegen der vorhandenen Elektrizität, wobei man sich vorderhand gar nicht darum zu bekümmern braucht, ob und wie ein solcher Einfluß mechanisch erklärbar ist. Zweitens kann man annehmen, die Eigenschaften des Äthers seien überall dieselben, nur würde der Äther innerhalb und in unmittelbarer Nähe des Elektrons in Mitbewegung versetzt. Schließlich kann man beide Arten Einflüsse zulassen, was man aber offenbar nur im Notfalle tun würde.

12. Da der erste Weg der einfachste zu sein scheint, werden wir ihn zuerst einschlagen. Dabei mag gleich bemerkt werden, daß er überhaupt nur bei der zweiten Klasse mechanischer Theorien des Äthers, und da nur in dem Falle einer Volumladung mit Nutzen betreten werden kann; denn erstens stützt sich der Beweis des § 8 nur auf die Gleichungen (7), (8) des freien Äthers, welche ganz unverändert beibehalten werden müssen; und zweitens bleibt die Schwierigkeit des § 9 bei Flächenladung immer noch bestehen, wenn man nicht annimmt, daß das Innere des Elektrons hohl sei, also eine Vakuole im Äther bilde, wobei es aber unerklärlich ist, wie sich eine solche Vakuole durch den Äther bewegen kann, ohne denselben in Bewegung zu setzen.

Es fragt sich jetzt, wie man die angenommene Beeinflussung des Äthers durch das Elektron am besten einführt; man kann nun die mechanischen Eigenschaften des Äthers mittels seiner Dichte und Elastizität, welcher Art dieselbe auch sei, vollständig ausdrücken, und wird also beide als im Innern des Elektrons verändert ansehen müssen. Dementsprechend setzen wir die Energiedichte im Elektron selbst gleich $\frac{1}{2}(K\mathfrak{d}^2 + \mu\mathfrak{h}^2)$, statt $\frac{1}{2}(\mathfrak{d}^2 + \mathfrak{h}^2)$ wie im freien Äther, wobei $\mathfrak{d}$, $\mathfrak{h}$ immer noch die elektrische und magnetische Kraft bedeuten sollen, während K, μ im allgemeinen Funktionen von (a, b, c, t) sind. Ferner ersetzen wir die Gleichungen (7), (8) des freien Äthers für das Innere des Elektrons durch die Gleichungen

$$\varrho\frac{\mathfrak{v}}{c} + \frac{1}{c}\frac{d}{dt}(K\mathfrak{d}) = \operatorname{rot}\mathfrak{h}, \quad \frac{1}{c}\frac{d}{dt}(\mu\mathfrak{h}) = -\operatorname{rot}\mathfrak{d} \qquad (17)$$

$$\operatorname{div}(K\mathfrak{d}) = \varrho, \qquad \operatorname{div}(\mu\mathfrak{h}) = 0 \qquad (18)$$

woraus folgt, daß

$$\dot{\varrho} + \operatorname{div}(\varrho \mathfrak{v}) = 0. \qquad (19)$$

13. Wenn man nun den Lehrsatz von Hugoniot auf diese Gleichungen anwendet, so sieht man sofort, daß $\mathfrak{d}$, $\mathfrak{h}$, K, μ unstetig sind, aber nur von einer um einen Grad höheren Ordnung als ϱ. Nimmt man z. B. ϱ als mit einem Sprunge behaftet an, und setzt

$$\left\{\frac{d\mathfrak{d}}{da}\right\} = \mathfrak{D} \cdot \alpha, \quad \left\{\frac{d\mathfrak{h}}{da}\right\} = \mathfrak{H} \cdot \alpha,$$
$$\left\{\frac{dK}{da}\right\} = k \cdot \alpha, \quad \left\{\frac{d\mu}{da}\right\} = m\alpha,$$

und entsprechend für die übrigen Differentialquotienten erster Ordnung, so findet man aus (17)

$$\varrho \frac{\mathfrak{v}}{c} - \frac{\mathfrak{v}_\nu}{c}(k\mathfrak{d} + \mathfrak{D}) = [\nu \mathfrak{H}],$$
$$\frac{\mathfrak{v}_\nu}{c}(m\mathfrak{h} + \mathfrak{H}) = [\nu \mathfrak{D}], \qquad (20)$$

während (18) nichts Neues ergeben. Daraus folgt für die tangentiellen Komponenten

$$\mathfrak{H} - \left[\frac{\mathfrak{v}}{c}\mathfrak{D}\right] = k\left[\frac{\mathfrak{v}}{c}\mathfrak{d}\right],$$
$$\mathfrak{D} + \left[\frac{\mathfrak{v}}{c}\mathfrak{H}\right] = -m\left[\frac{\mathfrak{v}}{c}\mathfrak{h}\right].$$

Da im allgemeinen die elektrischen und magnetischen Kräfte, $\mathfrak{d}$ und $\mathfrak{h}$, nicht parallel zur Geschwindigkeit $\mathfrak{v}$ sind, also die Vektorprodukte $[\mathfrak{v}\mathfrak{d}]$ und $[\mathfrak{v}\mathfrak{h}]$ nicht verschwinden, so können k und m im allgemeinen nicht unendlich werden. Mit anderen Worten, obgleich ϱ an der Oberfläche des Elektrons nach der Voraussetzung von Null auf einen endlichen Wert springt, so springen K, μ im allgemeinen nicht.

14. Hierin liegt offenbar eine Schwierigkeit; denn es ist mechanisch schwer zu erklären, warum K, μ, die doch von ϱ abhängen sollen, nicht mit ihm zugleich einen Sprung machen, sondern allmählich von 1 auf einen andern Wert steigen. Aus diesem Grunde muß man schließen, daß der zweite im § 11 vorgeschlagene Weg den Vorzug verdient. Man wird also annehmen, daß das Elektron durch seine eigene Bewegung den es umgebenden Äther in Mitbewegung setzt, etwa wie ein materieller Körper eine ihn umgebende Flüssigkeit. Man hat also bei einer mechanischen Theorie drei Bewegungen des Mediums zu unterscheiden:

A. Die verborgene Bewegung des Mediums, welche nach § 2 herangezogen wird, um die Elastizität des Äthers zu erklären; man denke an die Wirbelbewegung der Wirbelätherthеorie von Lord Kelvin[1]), oder an die schnellen Umdrehungen der Kreisel, in dessen gyrostatischer Theorie[2]), oder an die Stöße der kleinen Partikeln in der Granulartheorie von Osborne Reynolds.[1]) Welche Theorie man auch zugrunde legt, so wird man annehmen müssen, daß sich diese Bewegungen in Zeit- und Raumdimensionen abspielen, welche außerordentlich klein sind, selbst im Vergleich mit denen, in welchen die die elektromagnetischen Kräfte darstellenden Bewegungen stattfinden; und weiter, daß die Durchschnittswerte ihrer Geschwindigkeiten verschwinden, wenn man Räume betrachtet, die selbst im Vergleiche zum Elektronenvolum klein sind. Es muß aber betont werden, daß die von den verborgenen Bewegungen herrührende Bewegungsgröße für solche Räume nicht zu verschwinden braucht, so hat sie z. B. bei einem System von Wirbelfäden in einer Flüssigkeit im allgemeinen einen endlichen Wert. Es kann also ein Wirbeläther nicht nur potentielle Energie, sondern auch Bewegungsgröße besitzen.

B. Die Bewegung des Äthers, welche die elektromagnetischen Kräfte darstellen soll, wobei die zwei Klassen von Theorien des § 7 in Betracht kommen.

C. Die allgemeine Bewegung des Äthers, an der auch die Elektronen teilnehmen.

Wir müssen also unsere Annahmen so machen, daß wir zwischen den Bewegungen B und C immer scharf unterscheiden können.

15. Wenn man nun die mechanischen Theorien beachtet, so sieht man ein, daß der Äther als ein im Sinne des § 2 kontinuierliches Medium aufgefaßt wird, welches rotationelle Energie besitzt, so daß bei der Drehung eines Volumelements ein der Drehung entgegenstrebendes Drehungsmoment auftritt. Nun kann die Bewegung eines kontinuierlichen Mediums immer als durch Superposition einer Wirbelbewegung und einer wirbelfreien Bewegung aufgefaßt werden, und das in ganz eindeutiger Weise. In unserem Falle muß die Wirbelbewegung, wegen der rotationellen Elastizität des Mediums, immer in ganz engen Grenzen bleiben; die wirbelfreie Bewegung geht aber ganz ungehindert vor sich, also gerade wie in einer Flüssigkeit. Vorderhand wird man der Einfachheit halber den Äther als inkompressibel betrachten.

Wir müssen also dem Gesagten zufolge die Bewegung B mit der Wirbelbewegung, und die Bewegung C mit der wirbelfreien Bewegung identifizieren.

16. Nach der Elektronentheorie findet nun zwischen den elektrischen und magnetischen Kräften ein prinzipieller Unterschied statt:

A. Elektrostatische Felder existieren und werden von ruhenden Elektronen hervorgebracht.

1) W. Thomson, British Association Reports, S. 486, 1887; Phil. Mag. (5), **24**, 342.
2) W. Thomson, Mathematical and Physical Papers, **3**, 466.

1) O. Reynolds, Submechanics of the Universe, Cambridge 1903.

B. Magnetostatische Felder existieren nicht; denn es gibt keinen wahren Magnetismus, und magnetische Felder werden allein durch die Bewegung von Elektronen erzeugt; sie sind also notwendig inhomogen, örtlich sowie auch zeitlich. Magnetische Felder scheinen uns homogen zu sein, weil wir sie nicht bis in die kleinsten Details erforschen können.

Es kann nun im rotationell-elastischen Medium ein statischer Zwangszustand stattfinden, wobei wir Drehungen und Verschiebungen, aber keine Bewegung haben; diesen Zwangszustand müssen wir mit dem elektrostatischen Zustande des Äthers identifizieren. Mit andern Worten, wir müssen die elektrische Kraft als Rotor und die magnetische Kraft als die entsprechende Translationsgeschwindigkeit auffassen, im Sinne der mechanischen Theorien erster Klasse.

17. Somit haben wir wohl alle Folgerungen berücksichtigt, die sich aus den notwendigen Annahmen der Elektronentheorie ziehen lassen, wobei wir folgendes als notwendig aufgefaßt haben:

A. Die Maxwell-Hertzschen Gleichungen gelten für den freien Äther.

B. Es gibt bewegliche Elektronen.

C. Der Äther wird als ein kontinuierliches Medium aufgefaßt, dessen Eigenschaften sich mechanisch erklären lassen und der auf die Elektronen mechanisch wirkt. Dabei haben wir über die mögliche Struktur des Äthers und der Elektronen und deren Zusammenhang keine speziellen Annahmen gemacht.

Aus diesen Annahmen folgt dann:

A. Die Lorentzsche Theorie ist mit der dritten Annahme unvereinbar.

B. Man kann sie auf zwei Wegen erweitern:

a) Nimmt man an, daß die elektrische Kraft translatorischen, und die magnetische Kraft rotatorischen Charakter hat, so muß man annehmen, daß die Gegenwart einer elektrischen Ladung die Eigenschaften des Äthers verändert, aber in einer Weise, die mechanisch schwer zu erklären ist.

b) Nimmt man von den elektrischen und magnetischen Kräften das Gegenteil an, so muß man annehmen, daß der Äther an der Bewegung des Elektrons teilnimmt, allerdings nur in dessen nächster Umgebung. Man wird also für den Äther die Gleichungen von Hertz und Helmholtz anwenden müssen, allerdings nur in der Nähe des Elektrons, während der entfernte Äther als ruhend angesehen werden darf.

Anmerkung (20. Juni). In der Zwischenzeit ist mir ein Aufsatz von Herrn Burton im Juniheft des Philosophical Magazine zur Hand gekommen, welcher mit dem oben Gesagten, manches gemein hat, und worauf hier hingewiesen werden mag.

Bonn, Physikalisches Institut, 31. Mai.

(Eingegangen 2. Juni 1907.)

Über die Beobachtung von Wechselströmen mit Saiteninstrumenten.

Von Győző Zemplén.

Herr W. Einthoven hat vor einiger Zeit [1]) ein interessantes Instrument beschrieben, das in vielen Fällen bei der Messung schwacher elektrischer Ströme gute Dienste leisten kann. Von besonderem Interesse sind die späteren Mitteilungen des Herrn Einthoven [2]), [3]), wo darüber berichtet wird, wie das Saitengalvanometer zur Beobachtung von schwachen Wechselströmen anwendbar sei. Läßt man einen Ton gegen ein mit dem Galvanometer verbundenes Siemenssches Telephon klingen, so wird — wie Herr Einthoven uns mitteilt — „im hellen, weißen Gesichtsfelde das schmale, schwarze Saitenbild zu einem verschiedene Zentimeter breiten Bande ausgedehnt". Die Amplitude der schwingenden Saite ändert sich mit der Intensität des Schalles. In der letzten Mitteilung [3]) bemerkt Herr Einthoven, er habe bei Beobachtung von Wechselströmen gute Erfolge in der Wheatstoneschen Brücke erzielt, „indem an Stelle des versilberten Quarzfadens ein dünner Metalldraht zwischen die Pole des Elektromagneten gespannt war." Der Grund dieser Vertauschung und die Empfindlichkeit werden nicht angegeben.

Von konstruktiver Seite wurde das Saitengalvanometer in dieser Zeitschrift beschrieben [4]), wo, ebenso wie in den Mitteilungen des Herrn Einthoven, das größte Gewicht auf die photographische Registrierung der Saitenbewegung gelegt wird. Ein Apparat, mit welchem Wechselströme von der Ordnung der Telephonströme bequem direkt beobachtet werden können, ist sowohl aus wissenschaftlichen als auch aus praktischen Gründen sehr erwünscht, ich habe daher das Saitengalvanometer in dieser Hinsicht untersucht.

Ich arbeite mit einem sog. kleinen Saitengalvanometer Edelmannscher Konstruktion, das eine kleinere Empfindlichkeit besitzt als das Modell, worüber Herr Einthoven in seinen Originalmitteilungen berichtet. Sein Widerstand beträgt 3800 Ohm und ein Gleichstrom von 1 Milliampere (10^{-6} A.) gibt bei einer gewissen Einstellung der Saite einen Ausschlag von 1 mm im Mikroskop.

Ich ließ sodann einen Wechselstrom von rund 10^{-5} A. durch das Galvanometer fließen, indem ich die städtische Leitung von 50 Perioden und 100 Volt mit geeignet eingeschaltetem induktionsfreiem Widerstand benützte. Bei Einschaltung des Stromes verschwand

1) W. Einthoven, Ann. d. Phys. **12**, 1059, 1903.
2) W. Einthoven, Ann. d. Phys. **14**, 190, 1904.
3) W. Einthoven, Ann. d. Phys. **21**, 687, 1906.
4) M. Edelmann jun, diese Zeitschr. **7**, 115, 1906.

jedoch das dünne schwarze Saitenbild plötzlich aus dem Gesichtsfelde, ganz als ob die Saite zerrissen wäre. Bei Unterbrechung des Stromes kehrte jedoch das Saitenbild genau auf 0 zurück. Bei neuem Einschalten und sehr genauem Beobachten konnten doch zwei ganz verschwommene Linien bei — 10 und + 10 entdeckt werden, die den Umkehrstellen der schwingenden Saite entsprachen. In dieser Form kann jedoch das Instrument kaum zu praktischen Zwecken benützt werden, denn die ohnehin sehr undeutlich sichtbaren Umkehrstellen der Saite verschwinden vollständig bei etwas größerer Stromstärke.

Zur Sichtbarmachung der schwingenden Saite dachte ich sofort an Dunkelfeldbeleuchtung, was leicht durchführbar wäre: es genügt hierzu ein Loch in die Metallplatte zwischen den Polschuhen anzubringen und die Saite seitlich zu beleuchten. Ich bemerkte jedoch bald, daß auch dies überflüssig sei, denn die Saite erscheint hell auf dunklem Grunde, sobald die Lichtquelle nicht in der Achse des Mikroskops liegt, aber etwas seitwärts. Man findet leicht die entsprechende Einstellung, bei welcher die Saite hell leuchtet und der Hintergrund noch nicht zu dunkel erscheint, so daß die Skalenteile des Okularmikrometers deutlich sichtbar sind. Bei dieser Einstellung verbreitet sich im Falle von Wechselströmen das Saitenbild zu einem hellen Bande auf dunklem Grunde, dessen Ränder sich nunmehr sehr scharf abheben und bis 0,1 Sk.-T. genau abgelesen werden können.

Die Empfindlichkeit war bei der angewandten Spannung der Saite ungefähr dieselbe wie bei Gleichstrom; 10^{-6} A. gab eine Amplitude von 1 Sk.-T. also einen 2 Sk.-T. breiten hellen Streifen.

Die Amplituden waren genau mit den Stromstärken proportional, so daß sich das Galvanometer auch zur Messung von Wechselströmen geringer Intensität eignet; selbstverständlich hängt die Empfindlichkeit auch von der Periodenzahl ab, so daß die Saite für verschiedene Perioden geeicht werden muß.

Es kann jedoch sehr gute Dienste leisten als Nullinstrument, besonders dort wo die Anwendung eines Hörtelephons, z. B. bei Laboratoriumsübungen, unbequem erscheint.[1]) Insbesondere eignet sich das Instrument zur Vergleichung der Empfindlichkeit verschiedener Wechselströme derselben Periode, z. B. der Wechselströme, die durch denselben Ton in verschiedenen Telephonen erzeugt werden.

Gegeben die Möglichkeit für die direkte Beobachtung der schnell schwingenden Saite, kann auch die Anwendbarkeit eines von Herrn J. K. A. Wertheim Salomonson nach einer Idee von Th. Place konstruierten, in dieser Zeitschrift beschriebenen Saiteninstrumentes in hohem Maße gesteigert werden.[1]) Bei diesem Saitengalvanometer wird das Magnetfeld durch zwei auf beiden Seiten der Saite ausgespannten dickeren Drähte (Felddrähte) gebildet. Durch verschiedene Schaltung der Felddrähte und der Saite wird aus der einfachen Vorrichtung ein Universalapparat der zur Messung von schwachem und starkem Gleichstrom, schwachem Wechselstrom, dann als Wattmeter und Elektrometer benützt werden kann.

Für Wechselstrom wird folgende Schaltung angegeben: der zu messende Strom wird nacheinander durch Felddrähte und Saite geführt. Die Saite gibt einen einseitigen Ausschlag, wenn die Stromrichtung in den beiden Felddrähten einander entgegengesetzt ist. Die Empfindlichkeit ist jedoch sehr klein etwa $2{,}10^{-4}$ und nimmt mit dem Quadrate der Stromstärke ab. Beobachtet man jedoch die schwingende Saite, so kann zur Messung von kleinen Wechselströmen dieselbe Schaltung angewendet werden, die Herr W. Salomonson für kleinen Gleichstrom angibt. Ein konstanter Gleichstrom von höchstens 20 A. wird durch die Felddrähte geschickt, der zu messende Wechselstrom durch die Saite geführt, und die Amplitude der Schwingung beobachtet. Dieselbe Schaltung ergibt bei Gleichstrom eine Empfindlichkeit von $2{,}5 \cdot 10^{-9}$ A.; diese Empfindlichkeit ist daher auch bei Wechselströmen zu erreichen.

Umgekehrt können auch starke Wechselströme bis 40 A. gemessen werden, indem man einen konstanten Gleichstrom durch die Saite und den zu messenden Wechselstrom in die (bei Strömen über 20 A. parallel geschalteten) Felddrähte führt.

Durch die Beobachtung von schwingenden Ausschlägen wird also tatsächlich die Brauchbarkeit des Placeschen Instrumentes gesteigert.

Budapest, im Mai 1907.

(Eingegangen 15. Mai 1907.)

1) Ich habe das Instrument in dieser Hinsicht mit einem gewöhnlichen Telephon in der Wheatstoneschen Brücke verglichen, indem ich beide Instrumente hintereinander in die Brücke einschaltete. Das Minimum konnte mit beiden Instrumenten mit derselben Genauigkeit (ungefähr $^1/_{1000}$ der Länge des Meßdrahtes) eingestellt werden. Schwieg das Telephon, so verharrte die Saite ruhig auf 0 und man konnte sehr schön die Verstärkung des Tones parallel mit der Verbreitung des Streifens beobachten.

1) J. K. A. Wertheim Salomonson, diese Zeitschr. 8, 195, 1907.

Zur Methode des zweifach beweglichen Systems zweier gekreuzter Magnetnadeln.

Von Fr. Bidlingmaier.

Für diese schöne, und wie ich hoffe, zukunftsreiche Methode möchte ich eine Lanze brechen, nachdem Herr Heydweiller auf S. 303 d. Z. bezüglich der Leistungsfähigkeit derselben eine unrichtige Anschauung vertreten hat, indem er sagt, die Empfindlichkeit dieser Methode bei ihrer Anwendung im homogenen Feld nehme gleichzeitig mit dem Spreizungswinkel der beiden Nadeln bis zu Null ab, während sie tatsächlich um so empfindlicher auf kleine Intensitätsschwankungen reagiert, je kleiner man den Spreizungswinkel wählt.

Die Grundformel dieser Methode unter der, für den vorliegenden Zweck unwesentlichen Annahme zweier absolut gleicher Magnete in der auf S. 177 d. Z. durch Fig. 2 illustrierten Anordnung lautet:

$$H = 2MK\cos\frac{1}{2}\psi,$$

wo

$$K = \frac{1}{e^3}\left[1 - \frac{3}{e^2}\frac{\int x^3 dm}{\int x dm} + \frac{15}{4e^4}\left\{\frac{\int x^5 dm}{\int x dm} + \left(\frac{\int x^3 dm}{\int x dm}\right)^2 (1 + 2\cos^2\psi)\right\}\text{etc.}\right], \qquad (1)$$

dabei bedeutet M das Moment, ψ den Spreizungswinkel beider Magnete, e die Vertikaldistanz ihrer Mittelpunkte, x den Abstand des magnetischen Massenteilchens dm von der Mitte des Magneten.

Man sieht, wie die Abhängigkeit der Funktion K vom Spreizungswinkel erst bei einem Glied e^{-7} beginnt. Immerhin kann diese Abhängigkeit bei sehr großen Änderungen von ψ eine nicht zu vernachlässigende Änderung von K zur Folge haben. Dies ist namentlich der Fall, wenn man nur einfache Magnete wählt, weil man dieselben, um brauchbare Ablenkungswinkel zu erzielen, einander so weit nähern muß, daß die obige Reihe nur langsam konvergiert, der Einfluß der höheren Glieder daher verhältnismäßig groß bleibt. Viel günstiger werden, wie wir gleich sehen werden, die Verhältnisse, wenn man statt einfacher Magnete Magnetsysteme anwendet. Um eine Vorstellung von der Änderung von K mit ψ zu geben, sei erwähnt, daß bei der Heydweillerschen Anordnung (Wied. Ann. Bd. **64**, 735, 1898: zwei 5,7 cm lange Nadeln mit Vertikalabstand von 6,4 cm) das Glied e^{-7} eine Änderung von K um etwa 12 Proz. verursacht, wenn ψ von 0^0 bis 90^0 sich ändert. Zur angenäherten Rechnung führen wir die „Poldistanz" der Nadeln ein und nehmen sie nach Börgen $= {}^4/_5$ der Magnetlänge. Man sieht jedoch hieraus, daß K bei einer sehr geringen Änderung von ψ um $\Delta\psi$, selbst bei der obigen, in der genannten Weise ungünstigen Verwendung zweier einfachen Magnete, im wesentlichen als konstant anzusehen ist.

In der 1. Lieferung des 5. Bandes der deutschen Südpolar-Expedition habe ich mich eingehend mit dem Bau der Funktion K beschäftigt, wenn man statt einfacher Magnete Magnetsysteme verwendet. Man erreicht dadurch einen doppelten Vorteil: man kann einmal die Entfernungen beträchtlich größer wählen und dadurch von vornherein den Einfluß der höheren Glieder verringern; sodann aber gelingt es, durch geeignete Wahl der Anordnung und der Größe der Magnete das von ψ abhängige Glied e^{-7} ganz und gar zum Verschwinden zu bringen. Nach diesen Gesichtspunkten hatte ich für meinen Doppelkompaß die Thomson-Rosen gewählt und durch die Theorie wahrscheinlich gemacht und durch das Experiment gezeigt, daß selbst bei einer Änderung von ψ von mehr als 90^0, hervorgerufen durch eine entsprechende Änderung von H bei konstanter Rosenentfernung, die Änderung von $K < 1$ Promille bleibt.

Herr Heydweiller bezeichnet es auf S. 303 d. Z. als Fehler meiner Mitteilung S. 176 ff., daß ich K als unabhängig von ψ betrachte, während S. 176 diese Abhängigkeit formelmäßig angegeben ist. Er bezeichnet es ferner als Fehler, noch ehe meine ausführliche Publikation erschienen war, daß ich in meinem Beispiel S. 178 K bei einer Änderung von ψ um 11^0 als konstant betrachte, während es noch bei einer solchen von 90^0 konstant ist.

Betrachten wir nun das Verhalten unsres Magnetsystems in dem speziellen Fall, welchen Herr Heydweiller in seinem Instrument verwendet hat, wo es sich nicht um beliebige, sondern nur um kleine Änderungen von H handelt. Wir leiten dazu aus der Grundformel (1) das einem ΔH entsprechende $\Delta\psi$ ab und vernachlässigen dabei nach unsrer obigen Bemerkung die Änderung von K, da sich ψ nur sehr wenig ändert. Es ergibt sich die relative Beziehung

$$\frac{\Delta H}{H} = -\frac{1}{2}\operatorname{tg}\frac{1}{2}\psi\,\Delta\psi. \qquad (2)$$

Diese Formel bezeichnet Herr Heydweiller als falsch mit der Begründung, daß dabei K als unabhängig von ψ betrachtet sei, auf derselben Seite, wo er selber sagt, daß bei kleinen Unterschieden von ψ die Abweichungen von K zu vernachlässigen seien.

Diese Formel ist richtig (selbst bei der Heydweillerschen Anordnung macht die von der Abhängigkeit des Glieds e^{-7} von ψ herrührende Korrektion nur etwa ${}^1/_2$ Proz. aus); vor allen Dingen aber ist die daraus sich ergebende Folgerung richtig, daß das einem ΔH: H ent-

sprechende $\Delta\psi$ bei der Annäherung von ψ an o stark wächst, die Empfindlichkeit der Methode also mit abnehmendem ψ stark zunimmt.

Herr Heydweiller behauptet das Gegenteil: $\Delta\psi$ verschwinde mit ψ. Er möge den Versuch entscheiden lassen; ich habe, viel mehr als mir lieb war, bei meinen Beobachtungen mit dem Doppelkompaß die Erfahrung gemacht, wie hochempfindlich die Methode bei kleinem Spreizungswinkel wird und wie stark sie dann z. B. auf allerlei kleine Fehlerquellen reagiert.

Bei kleinen Spreizungswinkeln ist die erdmagnetische Richtkraft allerdings eine schwache, und man muß dann die Magnete statt auf Spitzen an Fäden aufhängen. Dabei kann man die Magnetmitten nicht mehr genau senkrecht übereinander anordnen; aber es läßt sich zeigen, daß bei symmetrischer Magnetisierung der Magnete eine kleine Abweichung der Magnetmitten von der ursprünglich gemeinsamen Vertikalen in erster Linie zwar die Eigenwinkel, nicht aber den Spreizungswinkel beeinflußt, so daß eine etwa nötig werdende Korrektion nur von ganz geringem Einfluß wird, da derselbe erst bei Gliedern von e^{-7} beginnt.

Herr Heydweiller kommt zu seiner unrichtigen Auffassung durch die Schwierigkeit, welche die Differentialformel (2) für den Fall $\psi = 0$ bereitet. Die Schwierigkeit verschwindet, wenn man die Differentialformel als Grenzfall der Formel mit endlichen Differenzen betrachtet. Es entspreche H_0 ein Winkel ψ_0, einem etwas verschiedenen H_1 der Winkel ψ_1, dann ist nach der Grundformel (1) unter Vernachlässigung der Änderung von K

$$\frac{H_1 - H_0}{H_1 + H_0} = -\operatorname{tg}\frac{1}{4}(\psi_1 + \psi_0)\operatorname{tg}\frac{1}{4}(\psi_1 - \psi_0). \quad (3)$$

Beim Übergang zu unendlich kleinen Differenzen geht diese Differenzenformel in die Differentialformel (2) über.

Wird nun bei H_0 ψ_0 gerade $= 0$, so verursacht irgendwelche kleine Änderung von H_0 das Auftreten eines Spreizungswinkels, dessen Kleinheit und Ausgangsstellung wir mit dem Symbol $(\Delta\psi)_0$ andeuten wollen, derselbe wird nach der Formel (3)

$$(\Delta\psi)_0 = \pm\sqrt{-8\frac{\Delta H}{H_0}}. \quad (4)$$

Dieser Ausdruck besagt, daß, wenn der Spreizungswinkel gerade $= 0$ wird, keine weitere noch so starke Vermehrung von H_0 irgendeine reelle Änderung von ψ zur Folge hat; daß aber einer kleinen Verminderung von H_0 eine endliche, reelle Spreizung von der durch Formel (4) gegebenen Größe entspricht, die sich noch auf zweierlei Art einstellen kann, je nachdem einer der beiden Magnete zuerst nach rechts oder nach links abweicht.

Wenn Herr Heydweiller für diesen Fall aus Formel (2) ein $\Delta\psi = \infty$ herausliest, so kommt dies daher, daß er fälschlicherweise für ψ nur die Anfangsstellung der Spreizungsänderung einsetzt, statt des Mittelwerts aus Anfangs- und Endstellung.

Ein Beispiel möge die Empfindlichkeit der gekreuzten Magnetnadeln bei der Heydweillerschen Anordnung ($\psi = 90^0$) gegenüber der Anordnung mit verschwindendem Spreizungswinkel illustrieren: H nehme in unseren Breiten um etwa $2\gamma = 2$ Einheiten der 5. Dezimale im C.G.S.-System ab. Dann vergrößert sich bei der Heydweillerschen Anordnung der Spreizungswinkel um etwa 40 Bogensekunden, eine Größe, deren exakter, experimenteller Nachweis ziemliche Schwierigkeiten bereitet. Hatten wir dagegen zu Anfang den Spreizungswinkel nahezu $= 0$ genommen, so öffnen sich beim Eintritt des genannten ΔH unsre beiden Magnete mit einem Winkel von etwa $1^1/_2$ Grad und reagieren also in diesem Beispiel etwa 140 mal empfindlicher auf das ΔH, als bei der Heydweillerschen Anordnung.

Einer weiteren Bemerkung des Herrn Heydweiller gegenüber hebe ich hervor, daß es der Zweck meiner Mitteilung S. 176 ff. war, vor allem auf das interessante Verhalten unserer Methode im inhomogenen Feld hinzuweisen und zu zeigen, in welch empfindlicher und eigentümlicher Weise sie auf die feinsten Inhomogenitäten des Felds bezüglich Richtung und Stärke reagiert; darüber hatte ich bei keinem der fünf Autoren eine Notiz gefunden, welche sich bisher meines Wissens mit der Methode beschäftigt haben (Walker, Dubois, Stamkart, Heydweiller, Ebert). Da mir nicht die Mittel eines Instituts zur Verfügung stehen, mich an eine weitere instrumentelle Durcharbeitung der Methode zu machen, mußte ich mich begnügen, andere darauf aufmerksam zu machen.

Über die genaue Geschichte der Methode und ihre weitere theoretische und experimentelle Ausarbeitung siehe die 1. Lieferung des 5. Bandes der deutschen Südpolar-Expedition (Berlin, Georg Reimer 1907).

Ich möchte diese Gelegenheit benutzen, auf zwei kleine Versehen hinzuweisen, die in meiner Mitteilung S. 176 ff. zurückgeblieben sind: einmal müssen die beiden Figuren vertauscht werden; sodann ist in der Definition der Größe h auf S. 179 „oben" und „unten" zu vertauschen.

Berlin, Mai 1907.

(Eingegangen 31. Mai 1907.)

Über die Grenze zwischen dem festen und dem flüssigen Zustand bei Gelatinelösungen.

Von C. Rohloff und Shinjo.

Die nachstehenden Beobachtungen sind von Herrn Prof. Voigt angeregt und in dem Göttinger physikalischen Institut unter seiner Leitung ausgeführt worden. Ihr Ziel war festzustellen, wie sich Gelatinelösungen in Hinsicht ihrer Elastizität auf der Grenze zwischen festem und flüssigen Zustande verhalten, insbesondere zu entscheiden, ob sich eine Verdünnung auffinden läßt, bei der die Verschiebungselastizität verschwindet und wie letztere von da ab bei wachsender Konzentration zunimmt.

Diese Frage ist in den uns bekannten Untersuchungen [1]) über die Elastizität von Gelatinelösungen nicht behandelt und scheint doch ein gewisses Interesse zu besitzen.

Die Gelatinelösung erfüllte bei den Beobachtungen den Raum zwischen zwei starren konzentrischen Kugelflächen, von denen die äußere feststand, die innere bifilar aufgehängt war. Eine Drehung des oberen Endes der Aufhängung rief eine Drehung der inneren Kugel hervor; die Differenz beider, dividiert durch die letzte von ihnen, gibt dann ein Maß der Verschiebungselastizität der Gelatinelösung. Diese Anordnung hat theoretische Vorzüge gegenüber der sonst zumeist benutzten, bei der ein Zylinder konzentrisch in dem zylindrischen, mit Gelatinelösung gefüllten Gefäß hängt; bei der letzteren bringt das Verhalten der am Boden haftenden Lösung schwer in Rechnung zu ziehende Störungen, während hier die Gebiete, in denen die theoretischen Voraussetzungen nicht streng erfüllt sind (der dünne Aufhängedraht der Kugel und das kleine ihn umgebende Stück freie Oberfläche der Lösung), auf den Vorgang keinen merklichen Einfluß üben.

Theorie des Versuchs:

Der Fall, wo in einem elastischen Körper, begrenzt von zwei konzentrischen Kugelflächen, eine reine Drillung vorkommt, ist theoretisch lösbar, und zwar durch ein Drillingspotential [2]) von der Form

$$\psi = q\,\frac{\partial\,\frac{1}{r}}{\partial z} + nz,$$

wobei r die Entfernung vom Koordinatenanfangspunkt bezeichnet, die z-Achse zur Drillungsachse genommen ist und unter q und n zwei noch zu bestimmende Konstanten zu verstehen sind. Nach bekanntem Verfahren bekommt man für die Verrückungen in einem beliebigen Punkte im Inneren des elastischen Körpers:

$$u = -\left(\frac{2q}{r^3} + n\right)y; \quad v = \left(\frac{2q}{r^3} + n\right)x; \quad w = 0.$$

Der Drehungswinkel eines Teilchens in bezug auf die z-Achse ist also

$$\tau = \frac{2q}{r^3} + n,$$

woraus zu ersehen ist, daß er nur von r abhängt.

Sind die Drehungen an den beiden Kugelflächen vorgeschrieben, so daß etwa:

$$\tau = \tau_i \text{ für } R = R_i$$

und

$$\tau = \tau_a \text{ für } R = R_a$$

ist, so hat man

$$q = \frac{1}{2}(\tau_i - \tau_a)\frac{R_i^3 R_a^3}{R_a^3 - R_i^3}; \quad n = -\frac{\tau_i R_i^3 - \tau_a R_a^3}{R_a^3 - R_i^3};$$

und

$$\tau = (\tau_i - \tau_a)\frac{R_i^3 R_a^3}{(R_a^3 - R_i^3)r^3} - \frac{\tau_i R_i^3 - \tau_a R_a^3}{R_a^3 - R_i^3}.$$

Die durch diese Deformation hervorgerufene elastische Kraft, und insbesondere das Drehungsmoment an der begrenzenden Kugelfläche ergibt sich mit Hilfe der Beziehungen:

$$-Y_x = \frac{c_2}{2}y_x = \frac{c_2}{2}\left(\frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x}\right)$$

$$-Y_z = \frac{c_2}{2}y_z = \frac{c_2}{2}\left(\frac{\partial w}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial z}\right).$$

Multipliziert man die tangentielle Kraft an der inneren Kugelfläche mit dem Abstande von der z-Achse und integriert über die ganze Fläche, so bekommt man das auf die innere Kugelfläche wirkende Drehungsmoment:

$$N = 8\pi c_2 q$$

$$= 4\pi c_2(\tau_i - \tau_a)\frac{R_i^3 R_a^3}{R_a^3 - R_i^3}.$$

Steht die äußere Kugel fest, so ist $\tau_a = 0$, und hängt man die innere Kugel mittels einer Bifilarsuspension auf, so kann man das elastische Drehungsmoment durch das der Suspension zum Gleichgewicht bringen. Sind l, a, b, m die Länge, der obere bzw. untere Abstand der beiden Drähte und die Masse der an der Bifilarsuspension hängenden Teile unter Rücksicht auf den Auftrieb, und bedeutet Θ die der Deformation entsprechende Drehung, so ist:

$$\frac{mgab}{l}\sin\Theta = 4\pi c_2 \tau \frac{R_i^3 R_a^3}{R_a^3 - R_i^3},$$

1) R. Maurer, Wied. Ann. **28**, 636, 1886; G. de Metz, Wied. Ann. **41**, 677, 1890; Th. Schwedoff, J. de Physique **8**, 354, 1889; E. Eraas, Wied. Ann. **53**, 1074, 1894; J. Colin, C. R. **116**, 1251, 1893; A. O. Rankine, Phil. Mag. 11, 453, 1906; Th. Schwedoff, Rapports Congr. internat. de Physique, Paris 1900, T. I.

2) Siehe dazu z. B. W. Voigt, Mechanik, S. 524, Leipzig, Veit & Comp. 1902.

wobei τ anstatt τ_i geschrieben ist, und hieraus folgt:

$$c_2 = \frac{mgab}{4\pi l R_i^3}\left(1 - \frac{R_i^3}{R_a^3}\right)\cdot\frac{\sin\Theta}{\tau},$$

oder

$$c_2 = K\frac{\sin\Theta}{\tau},$$

wenn man

$$\frac{mgab}{4\pi l R_i^3}\left(1 - \frac{R_i^3}{R_a^3}\right) = K$$

setzt.

Für Θ ist die wirkliche Drehung der Suspension zu nehmen, d. h. also die Differenz der Drehungen des oberen und unteren Teiles der Suspension.

Anordnung des Versuchs:

Die äußere Kugel ist aus vernickeltem Kupfer und hat einen Durchmesser von 24 cm; nach oben zu gerichtet hat sie einen ca. 6 cm weiten Hals. Durch den Hals hindurch hängt mittels Bifilarsuspension die innere Kugel genau im Zentrum der äußeren. Für erstere wurden zwei verschiedene Kugeln benutzt, eine vernickelte Messingkugel — Durchmesser 5,25 cm, Gewicht 618,0 gr — für stärkere, und eine Elfenbeinkugel — Durchmesser 5,265 cm, Gewicht 135,2 gr — für dünnere Gelatinelösungen. Der von beiden Kugeln in den sehr verdünnten Gelatinelösungen erlittene Auftrieb betrug 75 resp. 76,5 gr. Die Bifilarsuspension hat eine Länge von 120,2 cm. Die außer der Kugel an ihr hängenden Teile besitzen ein Gesamtgewicht von 143,2 gr. Der Aufhängedraht läuft unten um eine Rolle, die um eine horizontale Achse drehbar ist. Der untere Abstand der Suspension ist 3,10 cm, während der Abstand zwischen den oberen Drahtenden regulierbar ist — von 1,45 cm bis 0,52 cm —. Die Drehung des oberen Endes der Suspension geschieht mittels eines mit Mikroskop versehenen Teilkreises und kann auf $^1/_2$ Minute genau eingestellt werden. Die Drehung des unteren Endes, und somit auch die der mit der Rolle festverbundenen inneren Kugel, wird mittels Spiegel und Skala beobachtet. Der Abstand der Skala vom Spiegel beträgt 186,1 cm, so daß einer Drehung des Spiegels um 1^0 auf der Skala 6,5 cm entsprechen. Als elastisches Medium wurden Gelatinelösungen verwandt, die folgendermaßen zubereitet wurden. Die gewöhnliche käufliche, weiße Gelatine wurde zunächt etwa 2 Stunden in Wasser aufgeweicht und dann auf einmal unter ständigem Rühren in vorher abgekochtem Regenwasser von 80^0 gelöst. Gleich nachdem sich die Gelatine vollständig gelöst hatte, wurde die Mischung in die äußere Kugel bis zum Hals eingefüllt, worauf die innere Kugel hineingehängt und genau zentriert wurde. Die äußere Kugel steht in einem großen, doppelwandigen Gefäße aus Zinkblech und wurde, um etwaige unregelmäßige Abkühlung der Gelatine zu verhüten, zuerst mit Wasser von etwa 40^0 umgeben, das sich allmählich abkühlte. Die Beobachtungen wurden ausgeführt in einem Raume des neuen physikalischen Instituts, der auf konstante Temperaturen eingerichtet ist. Die gemessenen Temperaturen beziehen sich auf das die äußere Kugel umgebende Wasser; die Differenz Δ zwischen den so beobachteten Temperaturen und denen der Gelatinelösung wurde als Funktion der Zeit durch besondere Messungen bestimmt. Die erhaltenen Resultate, Δ in C-Grad, t in Stunden, lauten:

t	20	44	62,5	92
Δ	0,8	0,25	0,08	0,04

sie zeigen, daß die fragliche Differenz nach einem Tage auf ca. $0{,}6^0$ nach zwei auf ca. $0{,}2^0$ C herabgesunken war, also ziemlich bald praktisch bedeutungslos wurde.

Anordnung der einzelnen Beobachtungen:

Es wurde zuerst am Torsionskopf eine bestimmte Ablenkung erteilt, sofort nach der Umdrehung abgelesen und einige Minuten die Änderung beobachtet. Dann wurde zur Ruhelage zurückgedreht, in derselben Weise beobachtet, nach der anderen Seite um eine gleiche Anzahl von Graden gedreht, abgelesen und endlich zur Ruhelage zurückgegangen. Um das Starrwerden der Gelatinelösung nicht zu stören, wurden die Umdrehungen auf möglichst kleine Bereiche beschränkt und erst am letzten Tage wurde bei verschieden großen Ablenkungswinkeln beobachtet, um die Abhängigkeit der Elastizität von der Größe der Deformation zu untersuchen.

Die maximale Deformation im Inneren der elastischen Flüssigkeit ist die tangentielle Schiebung am Äquator der inneren Kugelfläche, sie ergibt sich aus der Formel:

$$\left(\frac{1}{2}\gamma_x\right)_{max.} = -\frac{3q}{R_i^3} = \frac{3}{2}(\tau_i - \tau_a)\frac{R_a^3}{R_a^3 - R_i^3} = 1{,}52\,\tau.$$

Die Beobachtungen bei größeren Deformationen ergaben Resultate, die untereinander wenig Übereinstimmung zeigten. Der Grund dieser Unregelmäßigkeit liegt wahrscheinlich darin, daß hier an Stellen größter Spannung innerhalb der Gelatine schon ein Zerreißen eintrat. Aus diesem Grunde wurden zur Berechnung der Konstanten nur kleinere Deformationen benutzt. Die in Rechnung gesetzte Deformation entspricht dem Werte des Ausschlags auf der Skala, der sofort nach erfolgter Ablenkung beobachtet wurde. Die Größe der De-

formation bei Spannung, d. h. bei einer Drehung von der Ruhelage aus nach rechts oder links, sowie bei Entspannung, d. h. bei Rückkehr zur Ruhelage von rechts oder links, erwies sich als wenig verschieden. Bei Berechnung der Konstanten wurden die Mittelwerte der Deformation benutzt.

Resultate:

A. Werte der Elastizitätskonstanten und ihre Änderung mit der Zeit.

Die angeführten Tabellen, sowie die Kurven der Fig. 1 zeigen die Elastizitätskonstanten für

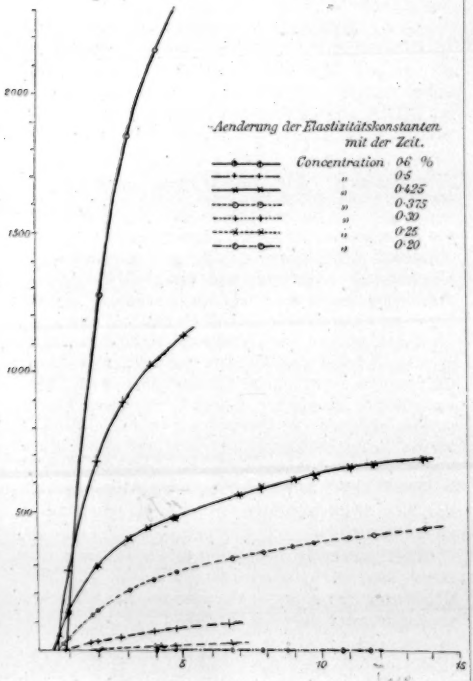


Fig. 1.

7 verschiedene Konzentrationsgrade. Aus ihnen läßt sich ersehen, daß die Änderung der Konstanten mit der Zeit regelmäßig erfolgt. Kolumne 1 der Tabelle gibt die Zeit in Tagen, die seit der Zubereitung der Lösung verflossen ist. Zum Vergleich der einzelnen Lösungen schien es zweckmäßig, die Zeit von dem Punkte an gerechnet beizufügen, zu dem die Lösung aus dem flüssigen in den elastischen Zustand überging; diese Zeit (t_0) ist graphisch interpoliert. Kolumne 2 gibt die von t_0 aus verstrichene Zeit. Kolumne 3 enthält die Temperaturen des die äußere Kugel umgebenden Wassers. Φ ist der am Teilkreise abgelenkte Winkel. Kolumne 5 und 6 geben den Ausschlag auf der Skala und den zugehörigen Winkel, 7 ist die Drehung der Bifilarsuspension $\Theta = \Phi - \tau$; c_2 endlich ist die berechnete Elastizitätskonstante in Dynen/cm^2.[1])

Die aus den Kurven ersichtliche Zunahme von c_2 mit wachsender Zeit hat zwei Ursachen: die abnehmende Temperatur und die unabhängig davon veränderliche Konstitution der Gelatinelösung. Dies kompliziert natürlich die Verhältnisse; indessen ist gemäß dem oben Gesagten nach etwa 2 Tagen die Temperaturänderung nicht mehr merklich, die Wirkung der Konstitutionsänderung also allein übrig.

1. 0,6 Proz. Gelatine in Wasser.

Konstanten der Bifilarsuspension:

$a = 1{,}45$ cm; $b = 3{,}10$ cm; $l = 120{,}2$ cm; $m = 685{,}5$ gr; $g = 981{,}2$ cm/sec^2; $2R_i = 5{,}25$ cm; $K = 109{,}6$; Abstand Spiegel-Skala 186,1 cm.

t	$t-t_0$	Temp.	Φ	Ausschlag	τ	Θ	c_2
1,0	0,1	—	5°	13,26	0,0356	0,0516	159
2,0	1,1	11,0°	5°	2,57	0,0069	0,0803	1276
3,0	2,1	10,1°	5°	1,82	0,0049	0,0823	1850
4,0	3,1	10,0°	5°	1,57	0,0042	0,0870	2160

2. 0,5 Proz. Gelatine in Wasser.

Konstanten der Bifilarsuspension wie unter 1.

t	$t-t_0$	Temp.	Φ	Ausschlag	τ	Θ	c_2
0,96	0,31	12,7°	5°	9,28	0,0249	0,0623	274
1,83	1,18	10,7°	10°	9,08	0,0244	0,1500	672
2,83	2,18	10,2°	10°	7,09	0,0190	0,1554	893
3,80	3,15	10,15°	20°	12,41	0,0333	0,3155	1025
5,0	4,35	9,8°	20°	11,25	0,0302	0,3186	1138

3. 0,425 Proz. Gelatine in Wasser.

Konstanten der Bifilarsuspension wie unter 1.

t	$t-t_0$	Temp.	Φ	Ausschlag	τ	Θ	c_2
0,68	0,20	12,4°	10′	0,70	0,0024	0,0005	59,6
1,00	0,52	10,7°	1°	2,89	0,0078	0,0097	137,3
1,88	1,40	8,8°	1°	1,74	0,0047	0,0128	300
3,01	2,53	8,4°	3°	4,17	0,0312	0,0212	403
3,75	3,27	8,4°	5°	6,43	0,0173	0,0699	444
4,76	4,28	8,15°	5°	6,04	0,0162	0,0710	480
7,03	6,55	7,9°	5°	5,31	0,0143	0,0729	561
7,75	7,27	7,85°	5°	5,11	0,0137	0,0735	587
8,95	8,47	8,1°	5°	4,93	0,0132	0,0740	613
9,77	9,27	8,0°	5°	4,855	0,0130	0,0742	624
10,96	10,48	8,0°	5°	4,68	0,0126	0,0746	651
11,78	11,30	7,95°	5°	4,60	0,0124	0,0748	665
13,65	13,17	8,1°	5°	4,48	0,0120	0,0752	686

1) Die von uns erhaltenen Werte von c_2 sind erheblich größer, als die von Schwedoff (l. c.) angegebenen. Der Grund für die Differenz dürfte darin liegen, daß Hr. Schwedoff nach seiner Angabe kurz nach der Herstellung der Lösungen und bei viel höherer Temperatur beobachtet hat.

4. 0,375 Proz. Gelatine in Wasser.

Konstanten der Bifilarsuspension wie unter 1.

t	$t-t_0$	Temp.	Φ	Ausschlag	τ	Θ	c_2
0,80	0,15	12,6°	1°	5,38	0,0145	0,0030	22,9
0,99	0,34	11,6°	2°	9,23	0,0248	0,0101	44,7
1,73	1,08	9,5°	2°	5,99	0,0161	0,0188	128,3
1,98	1,33	9,2°	2°	5,47	0,0147	0,0202	150,9
3,06	2,41	8,6°	5°	11,02	0,0296	0,0576	214
3,94	3,29	8,6°	5°	9,91	0,0266	0,0606	249
4,79	4,14	8,35°	5°	9,22	0,0248	0,0624	277
6,76	6,11	8,1°	5°	8,13	0,0218	0,0654	329
7,91	7,26	8,3°	5°	7,71	0,0207	0,0665	352
8,95	8,30	8,3°	5°	7,36	0,0198	0,0674	374
9,76	9,11	8,7°	5°	7,18	0,0193	0,0679	387
10,99	10,34	9,1°	5°	6,87	0,0185	0,0687	409
11,80	11,15	8,25°	5°	6,72	0,0181	0,0691	420
13,73	13,08	8,35°	5°	6,47	0,0174	0,0698	441

5. 0,30 Proz. Gelatine in Wasser.

Konstanten der Bifilarsuspension: $a = 1{,}45$ cm; $b = 3{,}10$ cm; $l = 120{,}2$ cm; $m = 201{,}9$ gr; $g = 981{,}2$ cm/sec^2; $2R = 5{,}265$ cm; $K = 31{,}99$.

t	$t-t_0$	Temp.	Φ	Ausschlag	τ	Θ	c_2
0,87	0,15	10,7°	10′	0,93	0,0025	0,0004	5,26
1,77	1,05	9,4°	1°	3,275	0,0088	0,0087	31,5
2,02	1,30	9,1°	1°	2,945	0,0079	0,0096	38,6
2,76	2,04	8,8°	1°	2,43	0,0065	0,0110	53,6
3,95	3,23	8,6°	1°	2,03	0,0055	0,0120	70,4
4,75	4,03	8,6°	1°	1,87	0,0050	0,0125	79,2
6,65	5,93	8,75°	1°	1,65	0,0044	0,0131	94,0

6. 0,25 Proz. Gelatine in Wasser.

Konstanten der Bifilarsuspension: $a = 0{,}90$ cm; $b = 3{,}10$ cm; $l = 120{,}2$ cm; $m = 201{,}9$ gr; $g = 981{,}2$ cm/sec^2; $2R_1 = 5{,}265$; $K = 19{,}8$.

t	$t-t_0$	Temp.	Φ	Ausschlag	τ	Θ	c_2
0,97	—	10,5°	10′	1,09	0,0029	0,0000	0
1,97	0,57	9,4°	10′	0,835	0,0022	0,0007	5,88
2,72	1,32	9,05°	30′	2,085	0,0056	0,0031	11,06
3,09	1,69	9,1°	30′	1,965	0,0053	0,0034	12,95
4,08	2,68	9,1°	30′	1,74	0,0047	0,0040	17,2
4,82	3,42	9,0°	30′	1,62	0,0044	0,0043	19,9
6,69	5,29	9,05°	30′	1,39	0,0037	0,0050	26,5

7. 0,20 Proz. Gelatine in Wasser.

Konstanten der Bifilarsuspension: $a = 0{,}52$ cm; $b = 3{,}10$ cm; $l = 120{,}2$ cm; $m = 201{,}9$ gr; $g = 981{,}2$ cm/sec^2; $2R_1 = 5{,}265$; $K = 11{,}5$.

t	$t-t_0$	Temp.	Φ	Ausschlag	τ	Θ	c_2
1,01	—	11,6°	10′	1,10	0,0030	0	—
1,77	—	9,6°	10′	1,10	0,0030	0	—
2,06	—	9,5°	10′	1,10	0,0030	0	—
2,91	—	8,95°	10′	1,09	0,0029	0	—
4,0	0,70	8,9°	10′	1,02	0,00274	0,00017	0,72
4,74	1,44	8,9°	10′	1,008	0,00271	0,00020	0,86
6,74	3,44	9,0°	10′	0,908	0,00244	0,00047	2,01
7,91	4,61	9,05°	10′	0,895	0,00240	0,00051	2,42
8,75	5,45	9,2°	10′	0,87	0,00234	0,00057	2,82
10,78	7,48	9,25°	10′	0,85	0,00228	0,00063	3,15
10,72	8,42	9,25°	30′	2,55	0,00675	0,00198	3,15

8. 0,15 Proz. Gelatine in Wasser.

Acht Tage nach der Zubereitung war die Elastizitätskonstante kleiner als die meßbare Grenze, d. h. kleiner als 0,5.

B. Abhängigkeit der Elastizitätskonstanten von der Konzentration.

Die Kurven in Fig. 2, sowie die nachfolgende Tabelle zeigen diese Abhängigkeit. Die

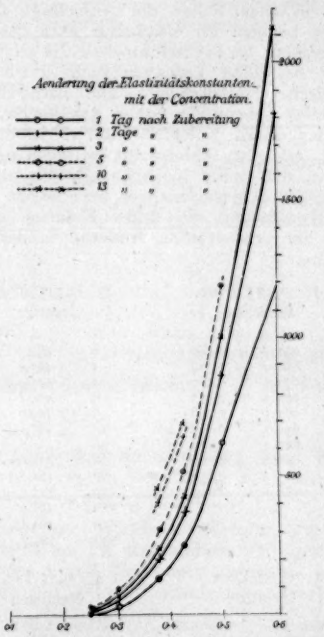


Fig. 2.

Werte der Konstanten sind aus den Kurven in Fig. 1 entnommen. Die sechs verschiedenen Kurven entsprechen den Werten der Konstanten nach 1, 2, 3, 5, 10, 13 Tagen nach dem Übergange vom flüssigen in den festen Zustand.

$t-t_0$	0,6 Proz.	0,5 Proz.	0,425 Proz.	0,375 Proz.	0,30 Proz.	0,25 Proz.	0,20 Proz.
1	1185	610	238	120	30,0	9,0	0,72
2	1815	860	363	195	53,0	14,4	1,33
3	2135	1007	428	238	67,8	18,3	1,81
4	2370	1107	473	272	79,0	22,0	2,23
5		1188	511	300	88,0	25,4	2,56
6			545	326	94,5		2,83
7			575	346			3,02
8			602	367			3,15
9			625	389			
10			645	402			
11			662	418			
12			675	431			
13			685	440			

Die Kurven in Fig. 2 lassen mit ziemlicher Wahrscheinlichkeit darauf schließen, daß bei etwa 0,18 Proz. Konzentration eine Grenze ein-

tritt, unterhalb welcher ein Erstarren der Flüssigkeit nicht mehr erfolgt.

C. Elastische Nachwirkung.

Zur Berechnung der Elastizitätskonstanten sind in allen Fällen die Ausschläge auf der Skala benutzt, die sogleich nach beendeter Ablenkung beobachtet wurden. Es zeigte sich aber bei allen Lösungen nicht unerhebliche elastische Nachwirkung. Die nachstehenden Tabellen zeigen die Größe der Nachwirkung. In der ersten Kolumne unter T ist die Zeit nach erfolgter Ablenkung in Minuten angegeben, die zweite Kolumne gibt die aus den jeweiligen Skalenablesungen berechneten Elastizitätskonstanten, die dritte Kolumne endlich gibt die prozentuellen Änderungen der Konstanten.

1. 0,425 Proz. Gelatine.

T	c_2	
0	692,5	1,000
1	682,0	0,985
2	671,5	0,970
3	666,5	0,963
4	661,4	0,956
7	653,0	0,943
40	626,5	0,905
115	610,5	0,882
278	593,3	0,857
354	588,0	0,849

2. 0,375 Proz. Gelatine.

T	c_2	
0	450,3	1,000
1	447,9	0,994
2	445,9	0,990
3	444,1	0,986
6	440,0	0,976
10	437,2	0,970
20	432,1	0,959
30	428,8	0,951
60	421,7	0,935
120	413,3	0,916
180	408,0	0,905
240	404,4	0,896
330	399,2	0,885

3. 0,30 Proz. Gelatine.

T	c_2	
0	96,85	1,000
1	95,86	0,990
2	95,07	0,982
3	94,57	0,977
5	93,58	0,967
6	93,28	0,963
45	90,41	0,933
127	88,72	0,916
165	88,13	0,910

4. 0,25 Proz. Gelatine.

T	c_2	
0	27,29	1,000
1	26,79	0,982
2	26,33	0,965
3	26,27	0,963
207	24,36	0,893
240	24,07	0,883

Man erkennt, daß auch in den ersten Minuten nach erfolgter Spannung die zeitlichen Änderungen von c_2 so langsam stattfinden, daß die in A und B angegebenen Zahlenwerte einen verständigen Sinn haben und die am Ende von B gezogene Folgerung erlaubt ist.

Wässerige Gelatinelösung besitzt hiernach bei einer Temperatur von ca. 8° C eine merkliche Verschiebungselastizität, falls ihre Konzentration 0,18 Proz. übersteigt, unterhalb dieser Grenze aber nicht mehr. Im übrigen verhält sie sich natürlich durchaus wie eine Flüssigkeit, fließt insbesondere beim Ausgießen ganz ohne merkliche Zähigkeit. Die Beziehungen zu den sogenannten flüssigen Kristallen liegen auf der Hand.

Es schien lohnend zu sein, außer der Verschiebungselastizität auch die Verschiebungsfestigkeit der Lösungen zu untersuchen. Indessen führten die in dieser Richtung angestellten Versuche zu keinem klaren Resultat, insofern sie keine deutliche Festigkeitsgrenze ergaben. Wie schon oben bemerkt, bewirken stärkere Spannungen unregelmäßig wachsende Deformationen, was wohl auf allmählich fortschreitende Zerreißungen hindeutet.

Göttingen im Mai 1907.

(Eingegangen 25. Mai 1907.)

Der Einfluß der Dispersion und selektiven Absorption auf die Beugung periodischer Wellen.

Von M. Laue.

Die Kirchhoffsche Beugungstheorie beschäftigt sich ebenso wie Sommerfelds exakte Behandlung der Beugung am vollkommen leitenden Schirm mit Lösungen der Wellengleichung

$$\Delta\varphi = \frac{1}{a^2}\frac{\partial^2\varphi}{\partial t^2}.$$

Die freilich nur in wenigen Fällen durchgeführte, auf der Maxwellschen Elektrodynamik fußende, die Vorgänge in den absorbierenden Körpern berücksichtigende Behandlung des Beugungsproblems hat statt mit der Wellengleichung in den letzteren mit der Telegraphengleichung

$$\Delta\varphi = \frac{1}{a^2}\frac{\partial^2\varphi}{\partial t^2} + b\frac{\partial\varphi}{\partial t} \qquad (1)$$

zu tun. Für periodische Wellen, d. h. bei dem Ansatz

$$\varphi = u \cdot e^{int}$$

gehen beide über in die Differentialgleichung

$$\Delta u + k^2 u = 0, \qquad (2)$$

wobei k^2 in absorbierenden Körpern komplex, in durchsichtigen reell wird. Nun kann aber bekanntlich die Maxwellsche Theorie für schnelle Schwingungen, welche dem Gebiet der Wärmestrahlung angehören, keineswegs immer als gültig angesehen werden, wenigstens nicht so weit, daß man die Konstanten der Differentialgleichung (1) aus elektrischen Messungen entnehmen könnte. Vielmehr führen die empirisch bestimmten Werte von a und b in gewissen Fällen auf unmögliche, nämlich negative Werte der Dielektrizitätskonstanten. Diesen Widerspruch führt man auf die Eigenschwingungen der Polarisationselektronen und die Trägheit der Leitungselektronen zurück, und es entstünde so die Aufgabe, auf Grund der Elektronentheorie zu untersuchen, welche Differentialgleichung an die Stelle von (2) tritt und wie

sich ihre Konstanten berechnen.[1]) Doch käme man dabei kaum ohne spezielle, in der Natur sicherlich nicht immer verwirklichte Hypothesen aus. Um so wichtiger scheint es mir, daß sich die Gültigkeit der Differentialgleichung (2) für isotrope Körper aus zwei anerkannten Erfahrungstatsachen herleiten läßt, nämlich aus dem Superpositionsprinzip und daraus, daß eine isotrope Substanz für jede Schwingungszahl des Lichts nur einen Brechungsindex und einen Absorptionskoeffizienten besitzt.

Betrachten wir zum Beweise zunächst ebene, in der X-Richtung fortschreitende Wellen. Die Differentialgleichung für sie ist dem Superpositionsprinzip zufolge homogen und linear, sie enthält ferner keine Differentialquotienten ungerader Ordnung nach x, weil sonst die positive und die negative X-Richtung nicht gleichberechtigt wären. Sie fällt daher jedenfalls unter die Form

$$\left\{a_0\varphi + \sum_1^M {}^m \cdot b_{0\cdot m}\frac{\partial^{2m}\varphi}{\partial x^{2m}}\right\} + \sum_1^N {}^n \frac{\partial^n}{\partial t^n}\left\{a_n\varphi + \sum_1^M {}^m\, b_{n\cdot m}\frac{\partial^{2m}\varphi}{\partial x^{2m}}\right\} = 0. \qquad (2')$$

Setzen wir nun

$$\varphi = a\, e^{i(\nu t + \rho x)} \qquad (3)$$

(a, ν reelle Konstanten), so haben wir es mit periodischen Wellen zu tun, deren Brechungsindex und Absorptionskoeffizient sich umkehrbar eindeutig aus der komplexen Größe ρ bestimmen; und zwar spielt dabei ein Vorzeichenwechsel von ρ keine Rolle, denn er dreht nur die Fortpflanzungsrichtung um. Substituiert man nun (3) in (2'), so erhält man eine Gleichung M-ter Ordnung für ρ^2, also auch M-Werte für den Brechungsindex und den Absorptionskoeffizienten. Daher muß M gleich 1 sein, so daß sich (2') vereinfacht zu

$$\left\{a_0\varphi + b_0\frac{\partial^2\varphi}{\partial x^2}\right\} + \sum_1^N {}^n \frac{\partial^n}{\partial t^n}\left\{a_n\varphi + b_n\frac{\partial^2\varphi}{\partial x^2}\right\} = 0. \qquad (4)$$

Dann findet man für ρ die Gleichung:

$$\rho^2 = \frac{\sum_0^N {}^n\, a_n (i\nu)^n}{\sum_0^N {}^n\, b_n (i\nu)^n}. \qquad (5)$$

In der allgemeinen, die Abhängigkeit der Funktion φ von y und z berücksichtigenden Differentialgleichung dürfen nun nur solche Kombinationen von Differentialquotienten nach x, y, z auftreten, die erstens gegen Drehungen des Achsenkreuzes invariant sind und sich zweitens bei Beschränkung auf die X-Richtung zu $\frac{\partial^2\varphi}{\partial x^2}$ vereinfachen. Solche von ungerader Ordnung wechseln ihr Vorzeichen, wenn man x, y, z mit $-x$, $-y$, $-z$ vertauscht, sind deshalb von vornherein ausgeschlossen.

Die allgemeinste Kombination von Differentialquotienten nach x, y, z von der Ordnung $2h$ lautet

$$\sum_a^{} \sum_b^{} A_{a\cdot b}\frac{\partial^{2h}\varphi}{\partial x^a\, \partial y^b\, \partial z^{2h-a-b}}.$$

Wenden wir auf sie die Transformation an, welche durch das Schema

	x	y	z
ξ	α_1	α_2	α_3
η	β_1	β_2	β_3
ζ	γ_1	γ_2	γ_3

dargestellt wird, so erhält man wieder eine Kombination von Differentialquotienten $2h$-ter Ordnung; und zwar bekommt $\frac{\partial^{2h}\varphi}{\partial\xi^{2h}}$ den Faktor:

$$\sum_a^{} \sum_b^{} A_{ab}\, \alpha_1{}^a\, \alpha_2{}^b\, \alpha_3{}^{2h-a-b}. \qquad (6)$$

Dieser kann nicht identisch Null sein. Denn zwischen α_1, α_2, α_3 besteht nur eine Identität

$$\alpha_1{}^2 + \alpha_2{}^2 + \alpha_3{}^3 = 1. \qquad (7)$$

Die Forderung, daß (6) verschwindet, läßt sich aber nicht auf (7) zurückführen. Es gibt daher keine gegen Drehungen invariante Kombination von Differentialquotienten $2h$-ter Ordnung, welche nicht $\frac{\partial^{2h}\varphi}{\partial x^{2h}}$ enthielte; es können also in der fraglichen Differentialgleichung nur Differentialquotienten zweiter Ordnung nach den Koordinaten auftreten.

Eine Kombination von solchen, welche die Gleichberechtigung der 3 Achsenrichtungen zum Ausdruck bringt, muß aber die Form

$$\frac{\partial^2\varphi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2\varphi}{\partial y^2} + \frac{\partial^2\varphi}{\partial z^2} + a\left(\frac{\partial^2\varphi}{\partial y\,\partial z} + \frac{\partial^2\varphi}{\partial t\,\partial z} + \frac{\partial^2\varphi}{\partial x\,\partial y}\right)$$

haben. Transformiert man sie auf das System ξ, η, ζ, so nimmt sie aber die folgende Gestalt an:

$$\frac{\partial^2\varphi}{\partial\xi^2}\Big(1 + a(\alpha_2\alpha_3 + \alpha_3\alpha_1 + \alpha_1\alpha_2)\Big) + a\frac{\partial^2\varphi}{\partial\eta\,\partial\zeta}\Big(\beta_2\gamma_3 + \beta_3\gamma_2 + \beta_3\gamma_1 + \beta_1\gamma_3 + \beta_1\gamma_2 + \beta_2\gamma_1\Big).$$

Daher muß $a = 0$ gesetzt werden; die allgemeinste brauchbare Differentialgleichung fällt unter die Form:

$$a_0\varphi + b_0\Delta\varphi + \sum_1^N \frac{\partial^n}{\partial t^n}\Big\{a_n\varphi + b_n\Delta\varphi\Big\} = 0.$$

1) Diese Frage ist meines Wissens bisher stets nur für ebene Wellen behandelt.

Für periodische Schwingungen

$$\varphi = ue^{ivt}$$

reduziert sie sich auf

$$\Delta u + k^2 u = 0,$$

wo nach (5)

$$k^2 = \frac{\sum_0^N a_n (iv)^n}{\sum_0^N b_n (iv)^n} = p^2$$

ist. Ist die Substanz für eine bestimmte Schwingungszahl durchsichtig, so ist das zugehörige p und k reell und seinem Absolutwert nach der Reziproke der Wellenlänge. In jedem Fall bestimmt sich k^2 eindeutig aus dem Brechungsindex und Absorptionskoeffizienten für dieselbe Schwingungszahl.

Neuerdings hat Herr Seitz[1]) die Beugung ebener, periodischer Wellen am Kreiszylinder behandelt, indem er die Differentialgleichung (2) für den Außenraum mit reellem, zur Wellenlänge reziprokem k^2, für das Innere aber mit komplexem k^2 ansetzt, dessen Wert er aus Messungen der Herrn Hagen und Rubens[2]) über die Absorption von Licht derselben Wellenlänge entnimmt. Er kommt dabei zum Widerspruch mit Versuchsergebnissen der Herren du Bois und Rubens[3]), welche fanden, daß Licht sehr kurzer Wellenlänge unter Umständen dann von einem Drahtgitter stärker absorbiert wird, wenn es in der Drahtrichtung polarisiert ist, als im anderen Fall, während die Theorie für den einzelnen Draht stets das Umgekehrte fordert. Aus unseren Betrachtungen folgt nun, daß dieser Gegensatz auf keinen Fall gegen die Gültigkeit der Differentialgleichung (2) sprechen kann, denn diese ist von jeder speziellen metalloptischen Theorie unabhängig. Läßt er sich nicht, wie ich glaube, auf Nebenumstände zurückführen, so müßte die Ungültigkeit der von Herrn Seitz angewandten, aus der Maxwellschen Theorie hervorgehenden Grenzbedingungen gefolgert werden.

1) W. Seitz, Ann. d. Phys. (4) **16**, 746, 1905; **19**, 554, und **21**, 1013, 1906; siehe auch W. v. Ignatowski, Ann. d. Phys. **18**, 495, 1905.

2) E. Hagen und H. Rubens, Ann. d. Phys. **8**, 432, 1902.

3) E. du Bois und H. Rubens, Wied. Ann. **49**, 593, 1893.

Berlin, Mai 1907.

(Eingegangen 30. Mai 1907.)

Eine eigentümliche Erscheinung bei der Betrachtung eines Objektes durch einen engen Spalt.

Von E. Grimsehl.

Zeichnet man auf ein Stück Papier ein aus einem vertikalen und einem horizontalen schwarzen Striche bestehendes einfaches Kreuz, einem großen + Zeichen ähnlich, und betrachtet man dieses durch einen engen Spalt, den man unmittelbar vor das Auge hält, so sieht man, wenn das Kreuz etwa 50 cm und mehr vom Auge entfernt ist, nur den Strich, der rechtwinklig zur Spaltrichtung ist. Bei Annäherung des Kreuzes an das Auge wird dieser Strich immer unschärfer, dagegen wird der dem Spalt parallele Strich allmählich wahrnehmbar. Bei etwa 15 cm Entfernung vom Auge sieht man beide Striche annähernd gleich gut. Bei noch größerer Annäherung verschwindet der erste Strich vollständig und nur der dem Spalt parallele Strich bleibt sichtbar.

Die Entfernungsangaben sind nur ungefähre Angaben, sie richten sich nach der Breite des Spaltes, nach der Dicke der Striche und nach dem Auge des Beobachters.

Das Phänomen läßt folgende Erklärung zu: Bei größerer Entfernung des Kreuzes vom Spalt erzeugen die von den dem Spalt parallelen Strichrändern ausgehenden Lichtstrahlen beim Durchgange durch den Spalt Beugungserscheinungen, infolge deren die Grenzen des Netzhautbildes des Striches an beiden Rändern unscharf werden. Die von beiden Rändern herrührenden Beugungsverbreiterungen überdecken sich von beiden Seiten, wodurch der Strich gleichmäßig beleuchtet erscheint, also gegenüber dem weißen Papier unwahrnehmbar wird. Rückt man das Kreuz dem Auge näher, so wird das Gebiet der Beugungsverbreiterung immer schmäler, dagegen das (scheinbare) Netzhautbild des Striches immer breiter, daher bleibt bei größerer Annäherung der mittlere Teil des Netzhautbildes dunkel, der parallele Strich wird wahrnehmbar.

Die Ränder des zum Spalt senkrechten Striches erzeugen keine Beugungsphänomene, oder vielmehr: die Beugungsphänomene aller einzelnen Punkte überdecken sich in der zum Spalt senkrechten Richtung, daher kommt durch Beugung kein Licht auf das Netzhautbild des zum Spalt senkrechten Striches. Aus diesem Grunde bleibt der Querstrich in größerer Entfernung scharf begrenzt. In geringerer Entfernung kommt aber wegen der unzureichenden Akkommodation des Auges überhaupt kein eigentliches Netzhautbild zustande, vielmehr tritt an jedem Punkte des weißen Papiers ein ebener Lichtfächer durch den Spalt in das

Auge (ähnlich wie beim Sehen durch ein Loch im Kartenblatt das dem Objekt ähnliche scheinbare Netzhautbild kein eigentliches Netzhautbild ist, sondern dem Bilde der Lochkamera vergleichbar ist). Diejenigen Lichtfächer überdecken sich zum größten Teil, die von Punkten herrühren, die auf derselben dem Spalt parallelen Geraden auf dem Papier liegen. Das Lichtdefizit, das dem einen auf dem schwarzen Querstriche liegenden Punkte dieser Geraden entspricht, kommt hierbei gar nicht in Betracht, es kann jedenfalls vom Auge nicht als dunkler Punkt empfunden werden, da ja kein eigentliches optisches Bild dieses Punktes auf der Netzhaut entsteht. Dagegen wird das Lichtdefizit aller der schwarzen Punkte, die auf dem dem Spalte parallelen Striche liegen, als dunkler Strich empfunden, da von keinem Punkte dieses Striches ein Lichtfächer in das Auge gelangt, also an die dem Striche entsprechende Stelle der Netzhaut überhaupt kein Licht in das Auge gelangt. Der parallele schwarze Strich ist auch hier kein eigentliches optisches Netzhautbild des Striches, sondern nur eine Summe voneinander überdeckenden fächerförmigen Lichtdefizits.

Die beschriebenen Erscheinungen beobachtet man natürlich auch, wenn man ein Netz von sich rechtwinklig schneidenden schwarzen Strichen oder ein Drahtnetz betrachtet. Dreht man den Spalt oder das Drahtnetz, so verschwindet gleichzeitig die eine parallele Linienschar, während die andere deutlicher wird. Ist der Spalt unter 45^0 gegen die Richtung der Striche oder der Drähte geneigt, so treten an den Schnittpunkten mehrere kurze schwarze Striche auf, während die übrigen Teile beider Strichscharen verschwommen erscheinen.

Physikalisches Laboratorium der Oberrealschule a. d. Uhlenhorst, 21. April 1907.

(Eingegangen 22. April 1907.)

Einfache Methode die Schwingungsformen einer Luftsäule zu demonstrieren.[1])

Von Max Seddig.

Von den vielerlei angegebenen Methoden zur Demonstration der Schwingungsformen der Luftsäulen in Pfeifen, Resonanzröhren etc., ist die der Königschen manometrischen Flammen die am meisten zur Anwendung gelangende.

So empfindlich und vielfach verwendbar diese Methode auch ist, so hat sie doch den Nachteil einer gewissen Umständlichkeit, da die Beobachtungen im rotierenden Spiegel zu machen sind und ferner den Übelstand, daß diese Demonstration gleichzeitig immer nur einer relativ kleinen Zahl von Beobachtern vorgeführt werden kann, außer, es müßte das zuckende Flammenbildchen in besonderer Weise projiziert werden, was zu weiteren Komplikationen führen würde.

Im folgenden soll daher eine Methode angegeben werden, welche gestattet, in relativ sehr einfacher und für ein beliebig großes Auditorium gut beobachtbarerweise die betreffenden Erscheinungen vorzuführen.

Prinzipiell beruht die Methode darauf, daß z. B. in der Wand der horizontal gelagerten Orgelpfeife an passenden Stellen Öffnungen angebracht und mit dünnen Kautschukmembranen überspannt sind, auf die das Licht regelmäßig reflektierende Flüssigkeitsschichten gebracht werden.

Zur Beobachtung werden diese reflektierenden Membranen schräg und intensiv beleuchtet, so daß auf einem aufgestellten Schirme sich helle, reflektierte Lichtflecke abbilden, entsprechend dem Schema der Fig. 1, wo drei Membranen A, B, C angedeutet sind, denen die drei Reflexbilder A', B', C' auf dem Schirme S entsprechen. — Befindet sich dann die Membran gerade in der Gegend einer Knotenstelle der Schwingung, so wird sie in Bewegung geraten, die Flüssigkeitsschicht kräuseln und das Licht diffus reflektieren, so daß der ursprünglich helle Reflexfleck auf dem Schirme stark verbreitert und lichtschwach wird, eventuell sogar ganz verschwindet. Befindet sich dagegen die Membran in der Gegend einer Bauchstelle der Schwingung, so bleibt sie in Ruhe und der Lichtfleck auf dem Schirme unverändert.

Naheliegend war nun die Idee, die betr. Orgelpfeife z. B. ihrer ganzen Länge nach zu schlitzen und die entstandene Öffnung mit jener reflektierenden Membran zu überspannen, da dann gleich das Schwingungsbild der ganzen Luftsäule auf dem Schirme sich abbilden müßte. Eine sehr große Zahl von Versuchen wurde auch in dieser Richtung hin angestellt, jedoch ohne befriedigenden Erfolg; denn es ist nicht möglich, eine derart vorgerichtete Orgelpfeife zum exakten Ansprechen auf den Grundton zu bringen, was aber für eine Demonstration im Unterricht ganz besonders erforderlich ist. — Es ergibt sich also die Notwendigkeit, sich auf 3 bis 5, an passenden Stellen angebrachte Membranöffnungen zu beschränken; und meist wird es ja auch genügen, die betreffenden Lagen der Knoten und Bäuche beim Grundton und ersten Obertone vorzuführen.

Für die Demonstration an einer offenen Pfeife sind die Membranöffnungen an den

1) Demonstriert im Gießen-Marburger Kolloquium vom 25. Februar 1907.

Stellen von $^1/_4$, $^1/_2$ und $^3/_4$ der Pfeifenlänge anzubringen, wie es Fig. 1 andeutet. Beim Ertönen des Grundtones wird dann nur die Membran A in Bewegung geraten und das Licht diffus reflektieren, während die Membranen B und C und ihre zugehörigen Reflexstellen B' und C' auf dem Schirme fast unverändert bleiben. Bei stärkerem Anblasen erzielt man Umschlag in den 1. Oberton usw.

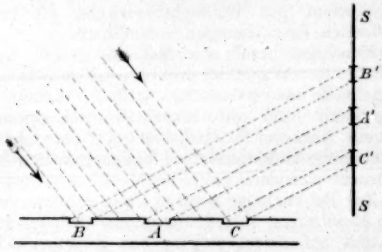


Fig. 1.

Für Demonstration an einer gedachten Pfeife genügen ebenfalls drei Membranen, von denen die eine dicht am geschlossenen Ende der Röhre angebracht ist, während die beiden anderen im Abstande von $^1/_3$ und $^2/_3$ der Pfeifenlänge sich befinden, wie es Fig. 2 veranschaulicht.

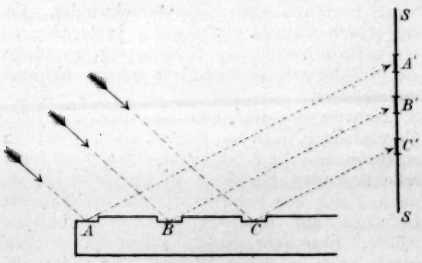


Fig. 2.

Beim Ertönen des Grundtones dieser gedachten Pfeife werden alle drei Lichtflecke auf dem Schirme diffus, aber mit deutlichem Unterschiede: A', dem Knoten bei A entsprechend, am stärksten, B' schwächer und C' nur sehr wenig diffus. Beim Umschlagen des Grundtones in den ersten Oberton kommt sofort B zur Ruhe, während A und C in lebhafteste Schwingungen versetzt werden, so daß also B' unverändert hell und A' und C' ganz verwaschen erscheinen.

Soweit das Prinzipielle der Methode. Für die praktische Ausführung sei bemerkt, daß diese Versuche gut nur mit relativ großen Orgelpfeifen gelingen; da bei kleineren Längen die Energie des nur bei schwachem Anblasen auftretenden Grundtones eine zu geringe ist. Die Schwingungszahl des Grundtones soll nicht mehr wie 200 betragen.

Die Öffnungen in der Wand haben zweckmäßig 1,5 bis 2 cm Durchmesser; über diese Öffnungen werden dann, mit luftdichtem Abschluß ziemlich lockere Kautschukmembranen von $^1/_2$ bis $^3/_4$ mm Dicke gespannt. Die Abmessungen der günstigsten Durchmesser variieren jedoch, je nach den Dimensionen der betr. Pfeife.

Als reflektierende Flüssigkeit wurde zunächst Quecksilber versucht; wegen des starken und störenden Auftretens von Kapillarwellen ist es jedoch ungeeignet. Gute Resultate gibt eine Wasserglyzerinmischung (im Verhältnis 4 : 3); diese Mischung ist beweglich genug, um auf der Membran hinreichend sich zu „kräuseln" und auch wieder genügend zähflüssig, so daß Oberflächenwellen durch fremde Erschütterungen nicht bemerkbar werden. Diese Mischung wird in ca. 2 mm dicker Schicht aufgebracht.

Als Lichtquelle dient zweckmäßig eine Bogenlampe, die in etwa 1,5 m Abstand von der Mitte der Pfeife und etwa $^3/_4$ m höher als diese aufgestellt wird. Das direkte Auftreffen des Lichtes auf den Schirm ist natürlich durch geeignete Abblendung zu verhüten.

Bequem ist auch die in Fig. 3 angedeutete

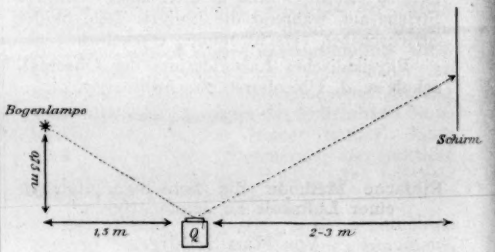


Fig. 3.

Anordnung zur Projektion; Q stellt dabei die im Querschnitt gesehene Pfeife dar. Diese letztere Methode hat bei Verwendung divergierenden Lichtes den Vorteil, daß die drei Reflexbildchen angenähert gleich groß erscheinen.

Eine Projektion der bewegten Fähigkeitsoberflächen mittels Linsen gibt weniger gut erkennbare Unterschiede.

Eine und dieselbe Pfeife zur Demonstration

als offene und gedachte zu benutzen (indem man z. B. einen Stempel in die offene bis zur ersten Membran hineinschiebt), ist nicht empfehlenswert wegen des meist schlechten Ansprechens eines der beiden Grundtöne. Gedachte Pfeifen sind vorteilhaft von etwas größerem Querschnitte zu nehmen als offene von gleichem Tone.

Das obige Prinzip der reflektierenden Membranen ist natürlich auch in folgender Weise verwendbar, wie es Verfasser bereits vor Jahren im hiesigen Institute zur Anwendung brachte. Es genügt dazu z. B., einfach auf die weite Öffnung eines Glastrichters von 3 bis 5 cm Durchmesser eine Kautschuk-Membran aufzukitten und die Membran, wie vorher geschildert, mit Flüssigkeit zu bedecken und zu beleuchten (Fig. 4). Das freie Ende des Trichters wird

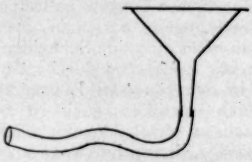


Fig. 4.

Fig. 5.

durch Schlauchleitung mit der betreffenden schwingenden Gassäule in Verbindung gebracht.

Ein besseres Ansprechen der Membran ist zu erreichen, wenn der Trichter ersetzt wird durch eine Kapsel von der Gestalt der Fig. 5, da bei dieser Konstruktion der Luftraum ein bedeutend kleinerer ist; denn je größer der Luftraum, desto kleiner werden die Amplituden der Membran.

Physikalisches Institut, Marburg i. H., April 1907.

(Eingegangen 13. Mai 1907.)

Beobachtungen über die Schwingungsdauer des Grundtones und des ersten Obertones von Stimmgabeln.

Von M. Th. Edelmann.

Ohrenarzt Hofrat Prof. Bezold in München besitzt eine A-Gabel (108,8 $v \cdot d$), an welcher die Eigentümlichkeit wahrzunehmen ist, daß ihr Grundton über 100 Sek. gehört werden kann, während ihr erster Oberton nur außerordentlich kurz erklingt. Wenn man die Gabel fest in die Hand nimmt, erlischt dieser Oberton bereits in der kurzen Frist zwischen dem Anschlag und der Annäherung ans Ohr.

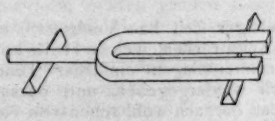
Bei einer Kopie dieser Gabel, an welcher nur der Stiel eine etwas abgeänderte Form gegen das Original aufweist, dauert dagegen der Oberton unter sonst gleichen Umständen über 50 Sek.

Andererseits besitze ich selbst eine c_3-Gabel (1034,6 $v \cdot d$), bei welcher der Grundton auch nach kräftigstem Anschlage nur 3 Sek., dagegen der erste Oberton die für so hoch gestimmte Gabeln lange Schwingungsdauer von 18 Sek. hat.

Diese Tatsachen sind die Grenzfälle, welche bei Untersuchung mehrerer Hundert Stimmgabeln festgestellt werden konnten; im allgemeinen hat sich erwiesen, daß selbst bei tadellos gearbeiteten Stimmgabeln aus gleichem Material und gleichem Ausmaße der Zinken irgendeine Regelmäßigkeit über die Dauer von Grundton und Oberton, sowie des Verhältnisses dieser Zeiten unter sich nicht stattzufinden schien.

Noch auffallender aber war eine weitere, erst vor kurzer Zeit beobachtete Tatsache: eine g_3-Gabel (1550 $v \cdot d$), welche im rohen Zustande (bloß geschmiedet und gehobelt) bei der Vorprüfung sich als brauchbar erwies und eine lange Schwingungsdauer hatte, wurde nach ihrer Fertigstellung klanglos; ihr Grundton konnte kaum wahrgenommen werden; ihr Oberton war geblieben. Dies war auffallend. Eingehende Untersuchung und Erfahrung ließen erwarten, daß alle diese Erscheinungen nicht von Material- und Formfehlern herrühren konnten, sondern daß hier andere Ursachen im Spiele wären, wie die folgenden Zeilen auch beweisen; ein Grund zu dieser Annahme lag vor allem schon darin, daß die starke Dämpfung der Töne nur dann eintritt, wenn man die Gabeln am Stiele fest zur Hand nimmt. Hält man sie möglichst lose zwischen zwei Fingern, oder noch besser, wenn man dieselben über einen horizontal gespannten Gummischlauch zwischen den Zinken aufhängt, dann treten lange Schwingungszeiten an Stelle der kurzen.

Man kann eine Stimmgabel auf zweierlei Weise zum Tönen bringen: zunächst wie gewöhnlich, indem man dieselbe am Stiele festhält und eine Zinke anschlägt; bei dieser Erregungsart (Gabelton) schwingt der Stiel longitudinal. Ferner tönt die Gabel, wenn man sie, wie die Figur zeigt, auf zwei Schneiden



legt und in der Mitte mit einem harten Gegenstande anschlägt. Sie schwingt dann in der

Art, wie ein in den beiden Knoten unterstützter elastischer Stab. Bei letzterer Schwingungsart (Plattenton) schwingt ihr Stiel natürlich transversal.

Untersucht man nun die Bezoldsche *A*-Gabel bezüglich dieser beiden Schwingungsarten, so ergibt sich, daß ihr erster Oberton zufällig im Einklange steht mit ihrem Plattenton; bei der Kopie dieser Gabel war diese Übereinstimmung dagegen durchaus nicht vorhanden. Bei den beiden anderen Gabeln ist indessen zufällig der Grundton mit dem Plattenton identisch.

Nun ist aber bekannt[1]), daß an einem Körper, an welchem zwei, verschiedenen Schwingungsarten angehörende Töne im Einklange stehen, keiner dieser Töne für sich allein hervorgerufen werden kann: und so erklärt sich die eigentümliche Erscheinung an unseren drei Gabeln sehr leicht. Schlägt man eine dieser Gabeln, am Stiele gehalten, an, so setzt sich ein Teil der Schwingungsarbeit des Gabeltones kontinuierlich in Schwingungen des Plattentones um, welch letztere aber von der den transversal schwingenden Stiel umfassenden Hand gebremst werden, so daß also der Ton, für welchen Gabelton und Plattenton im Einklange sind, alsbald erlischt.

Aus dieser Erkenntnis entspringen zunächst zwei wichtige Folgerungen:

1. Sollen Stimmgabeln lange schwingen, so dürfen die Schwingungszahlen von Gabelton und Plattenton nicht im Verhältnis der ersten Primzahlen zueinander stehen.

2. Möglichst rein klingende Stimmgabeln erhält man, wenn der Plattenton auf den ersten Oberton gestimmt wird; die höheren Obertöne kommen wegen ihrer an sich nur kurzen Schwingungsdauer meist nicht in Betracht.

1) Vergl. Pisko, Die neueren Apparate der Akustik; Wien 1865, S. 154.

München, physikalisch-mechanisches Institut von Prof. Dr. M. Th. Edelmann & Sohn.
22. Mai 1907.

(Eingegangen 28. Mai 1907.)

Über den Zusammenklang zweier einfacher Töne.

Von K. v. Wesendonk.

Vor einiger Zeit hat Verfasser[1]) eine Anzahl von Aussprüchen, welche Helmholtz über das Zusammenklingen einfacher Töne getan, ausführlich wiedergegeben, und darauf hingewiesen, daß darnach wohl schon von vornherein die Bedeutung der Schwebungen für das Eintreten von Dissonanzen nicht von der Hand zu weisen sei. Nach den eingehenden Erörterungen des Tatbestandes seitens des großen Forschers kann man doch wohl kaum annehmen, seine (Helmholtz') bekannte Erklärung der Dissonanzen sei so ganz verfehlt, wie das nach einigen neueren Darstellungen des betreffenden Themas der Fall sein sollte. Es wurden an obengenannter Stelle auch Beobachtungen des Wiener Akustikers Zellner wiedergegeben, welche für Helmholtz' Anschauungen sprechen, und die wohl auch nicht einfach beiseite zu legen sind. Weiter wurden einige Untersuchungen Verfassers mit sogenannten Sternschen Tonvariatoren angeführt, aus denen in Übereinstimmung mit Helmholtz man den Schluß zog, daß auch bei sogenannten dissonanten Intervallen der Mangel an Wohlklang, welcher für die Dissonanz charakteristisch erscheint, sich nicht zeigt, solange keine unangenehm empfundenen Schwebungen auftreten. Bei solchen Beobachtungen hat man aber darauf zu achten, daß nicht störende Schneiden-(Luftlamellen-)Töne (die noch etwa durch resonierende Obertöne in dem tönenden Luftraume verstärkt werden) sich einstellen, auch ist zu viel Reibungsgeräusch zu vermeiden, vor allem aber eine ungleichmäßige, disruptive (wenn man so sagen darf) Tonbildung. Der Klang soll nicht sprudelnd, gurgelnd, schwirrend oder irgendwie sonst intermittierend, resp. in seiner Stärke schnell schwankend erscheinen oder dergleichen mehr, denn alsdann vermag die für den harmonischen Wohlklang[1]) anscheinend charakteristische Verschmelzung zweier resp. mehrerer Tonempfindungen nicht genügend einzutreten. Bekanntlich werden nach Helmholtz' Vorgange lufterfüllte Flaschen in der Weise angeblasen, daß man aus einer mit spaltförmiger Öffnung versehenen Röhre einen lamellaren Luftstrom über die Mündung des Flaschenhalses hinströmen läßt. Dabei ist außer der Stärke des Luftstromes, der Form der Ausströmungsöffnung, der Gestalt des Flaschenhalses und dessen Randes, auch besonders die Lage der genannten spaltförmigen Ausströmungsöffnung zum Flaschenhalse und die Richtung resp. Neigung des anblasenden Luftstromes von Bedeutung[2]) für eine gute Tonbildung. Will man einen bestimmten Ton erzielen und diesen möglichst gleichmäßig und ungestört auftreten lassen, so tut man gut, die eben genannten mehr oder minder einflußreichen Umstände in jedem einzelnen Falle besonders einzurichten. Das zeigte sich Verfasser denn auch deutlich, als er versuchte, einfache Töne von 700 und

1) Naturw. Rundsch. **20**, 301—304, 1905.

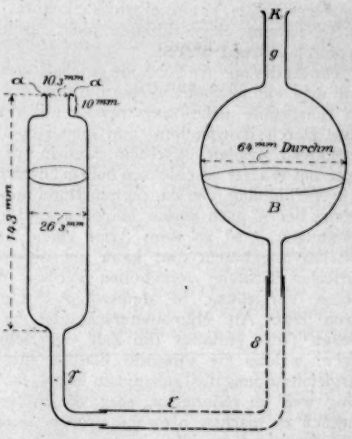
1) D. h. der Wohlklang beim Zusammentönen.

2) Vergl. Verhandl. der deutsch. physik. Ges. **4**, 197—202, 1906.

1000 resp. 500 und 700 Schwingungen in der Sekunde zusammentönen zu lassen. Die genannten Zusammenstellungen je zweier Vibrationszahlen wurden nämlich in Nagels bekanntem „Handbuche der Physiologie des Menschen" als charakteristisch dafür angegeben[1]), daß ein Zusammenklang entschieden dissonant erscheinen könne, ohne daß Gelegenheit zum Auftreten merklicher störender Schwebungen vorhanden sei.

In der Tat sind ja 300 und 200 Schwebungen in der Sekunde nicht wahrzunehmen[2]), geben keinerlei Rauheit mehr[2]), und auch die Kombinationstöne von 300 resp. 200 Schwingungen in der Sekunde können keine störenden Schwebungen veranlassen. Durch die freundlichen sehr dankenswerten Bemühungen der Physikalisch-technischen Reichsanstalt gelangte Verfasser in den Besitz von drei recht genau abgestimmten Stimmgabeln von 1000, 700, 500 Vibrationen in der Sekunde[3]), die zur Abstimmung gleich hoher Flaschentöne verwendet wurden.

Bei Beobachtungen über die Empfindung von Zusammenklängen dürfte es nämlich durchaus geraten erscheinen, langanhaltende, in gleichmäßiger Stärke recht schön tönende Töne zu benutzen. Stimmgabeln geben beim Anschlagen oder Anstreichen zunächst keine genügend einfachen Töne und dann nimmt deren Stärke ab (verschieden schnell meist noch bei den zusammenklingenden Gabeln), so daß das Gehör nicht recht zur nötigen Ruhe kommt. Einfacher, als etwa Stimmgabeln elektromagnetisch (und zwar ohne zu sehr störende Nebengeräusche) in gewünschter Weise zu erregen, ist es dann wohl schon, Flaschentöne zu verwenden. Zur Erlangung solcher dienten im vorliegenden Falle kleine Gefäße aus dünnem Glas (Figur), von ca. 143 mm Länge im ganzen, davon kommt auf den Hals ca. 10 mm, die äußere Weite beträgt ca. 26,3 mm, die Halsweite ca. 10,3 mm. Der obere Rand des Halses bei a ist abgerundet, das ist sehr nützlich zur Verminderung störenden Blasegeräusches. Statt der von Helmholtz angegebenen, vorn platt gedrückten Guttapercharöhren dienten entsprechend gestaltete Metallröhren zur Zuleitung des anblasenden Luftstromes. Dieselben wurden von (auf und abschiebbaren und um ihre Längsachse drehbaren) Armen von Metallgestellen gehalten, welche eine geeignete Einstellung der Ausströmungsöffnung und der Richtung des Luftstrahles gestatteten. Solches mußte eventuell für jeden zu untersuchenden Ton aufs neue vorgenommen und ausprobiert werden, um die tunlichst besten Bedingungen für eine gute Tonbildung zu erhalten. Den Luftstrom lieferte ein im Nebenraume angebrachtes Trommelgebläse, von dem aus der Wind erst einen großen Glaskolben, dann einen Gummiball (wie sie in der Technik zur Konstanthaltung des Gasdruckes gebraucht werden), dann ein Bleirohr, einen Metallrohrstutzen, der durch die Wand hindurchführte in den Experimentierraum, dann wieder Bleirohr und noch einen Gummiball passierte. Dann trat der Wind in eine große Glasflasche und verzweigte sich von da in zwei fernere große Glasflaschen, aus jeder von diesen gelangte er durch mit Hahn versehenen Glasröhren und angesetzte Gummischläuche zu je einer der eben erwähnten metallenen Ausströmungsröhren. Die eine der zuletzt genannten beiden großen Glasflaschen stand außerdem mit einem Wassermanometer in Verbindung, und es wurde zumeist der Luftstrom so reguliert, daß jenes einen Druck von etwa 50 mm angab. Bei geeigneter Einstellung des den Wasserzufluß zum Trommelgebläse regelnden Hahnes ließ sich der Luftdruck auf diese Weise lange Zeit merklich konstant halten, eventuell half geringes Nach-



1) Handbuch der Physiol. des Menschen Bd. **3**, 2. Hälfte, 538, 1905.

2) Unter gewöhnlichen Umständen wenigstens.

3) Im Prüfungsschein der Physik.-techn. Reichsanstalt vom 29. Sept. 1906 heißt es:

Die Anzahl der ganzen oder Doppelschwingungen, welche die Gabeln bei etwa 18° C in der Sekunde ausführen, wenn sie auf den zugehörigen Schallkästen mit kleiner Amplitude schwingen, beträgt:

$$500{,}1 \pm 0{,}1$$
$$700{,}1 \pm 0{,}5$$
$$1000{,}0 \pm 0{,}2$$

Der Einfluß der Temperatur auf die Schwingungszahl ist nicht ermittelt; jedoch erhöht sich erfahrungsmäßig die Schwingungszahl um rund 0,01 %, wenn die Temperatur um 1° C sinkt und umgekehrt.

Es wurde in dem Arbeitsraume beim Benutzen der Stimmgabeln darauf gesehen, daß die Lufttemperarur nahe 18° C war und verblieb.

regulieren. Das Trommelgebläse konnte, weil im Nebenraume eingeschlossen, nicht durch sein Geräusch störend wirken.

Die Änderung der Tonhöhe geschah dadurch, daß man auf folgende Weise die obengenannten Glasgefäße mehr oder weniger mit Wasser füllte. Durch Glasröhrchen γ und Gummischläuche $\varepsilon\delta$ (Figur), standen dieselben nämlich mit teilweise mit Wasser beschickten hohlen Glaskugeln B in Verbindung (von ca. 64 mm Durchmesser), welche bei K nach außen hin offen sind. Der Glasstutzen g ist an dem Arme eines Metallgestelles angebracht und kann mit diesem in vertikaler Richtung verschoben werden. Eine feinere Verstellung in demselben Sinne ist durch eine Art Mikrometerschraube zu erreichen[1]), die gestattet die Zahl der Schwebungen, welche die tönende Flasche mit der Vergleichsstimmgabel zusammen liefert, fast beliebig weit zu reduzieren, resp. die Stöße unmerklich zu machen, also mit großer Genauigkeit unisono zu erreichen, oder auch eventuell auf eine bestimmte Zahl Stöße einzustellen. Ändert sich die Tonhöhe eine Spur, so kann man leicht mit der besagten Schraube wieder nachregulieren. Bringt man nun die zwei Glasgefäße unter Anwendung der erwähnten Vorsichtsmaßregeln zu schönem gleichmäßigem Tönen mit Schwingungszahlen beliebig nahe gleich 1000 resp. 700 in der Sekunde, so verschmelzen die beiden Töne unter Wohlklang miteinander und daneben erklingt wie ein tiefer Orgelton der Kombinationston (300 Schwing.). Diesen hört man um so besser, je schöner der Zusammenklang. Ganz ebenso verhält es sich mit den Tönen von 500 und 700 Schwingungen, auch braucht man gar nicht etwa die angegebenen durch Stimmgabeln fixierten Vibrationszahlen genau einzuhalten, Verschmelzen unter Wohlklang tritt stets ein, wenn man für schönes gleichmäßiges Tönen sorgt und den Gebieten ausgeprägter Schwebungen fern bleibt. Lehrreich ist der Übergang von dem Intervalle 1000 und 700 Schwingungen zu der Quinte 1000 und 666,66 Schwingungen. Man konnte die betreffende Tonflasche mit Hilfe der Mikrometerschraube von 700 auf die gewünschte Zahl 666,66 umstimmen[1]), wobei man allerdings eine kleine Verschlechterung der Tonbildung riskierte. Korrigierte man diese durch geeignete Neueinstellung des anblasenden Luftstrahles, aber auch schon ohne das, so erkannte man, daß entsprechend Helmholtz' Angaben nirgends der Wohlklang gestört wird, bis auf eine kleine Rauhigkeit, die eintritt, wenn schnelle, für die Nähe der Quinte charakteristische, wenn auch schwache Schwebungen sich einstellen. Die Quinte selbst macht sich in keiner Weise durch auffallenden Wohlklang bemerkbar, wenn die Tonbildung bei ihr etwas weniger gut als bei dem Intervall 1000 und 700, so kann die Quinte sogar merklich schlechter klingen, als die angebliche Dissonanz 1000 und 700. Man muß bei solchen Versuchen natürlich stets beachten, daß es sich um (sehr nahe) einfache Töne handelt, deren Klang musikalisch bekanntlich im allgemeinen nicht zu den reizvollsten gehört.

1) Auf den Glasrohrstutzen g (Figur), war eine Metallhülse gekittet, in deren Außenfläche ein Schraubengewinde eingeschnitten worden, und eine mit entsprechendem Gewinde auf der Innenseite versehene hohlzylindrische Mutter war ihr aufgepaßt. Diese konnte sich wiederum in zwei sie tragenden und haltenden Metallringen drehen, welch letztere an dem senkrecht verschiebbaren Arme eines Metallgestelles befestigt sich befanden. Durch Auf- und Abschieben dieses Armes konnte eine rohe Einstellung erzielt werden, dann klemmte man den Arm fest und drehte die genannte Schraubenmutter, wobei sich die Glaskugel B dann langsam senkte oder hob. Eine Art von Geradeführung verhinderte störendes Wackeln bei den betreffenden Verschiebungen. Vorteilhaft ist es, durch geeignete Dimensionierung der betreffenden Glasröhren und Gummischläuche eine zu langsame Einstellung des Wasserniveaus in der tönenden Flasche resp. der Glaskugel zu vermeiden.

1) Eine von Herrn Prof. Edelmann in München begezogene nahezu auf die Schwingungszahl 666,66 gestimmte Stimmgabel leistete hierbei gute Dienste. Alsdann hörte man deutlich die, wenn auch schwachen, für die Quinte charakteristischen Stöße, die zu genauerer Stimmung verhalfen.

(Eingegangen 5. Mai 1907.)

BESPRECHUNGEN.

G. Mahler, Physikalische Formelsammlung. 3., verbesserte Auflage. (Sammlung Göschen. Nr. 136.) 8. 182 S. mit 65 Figuren. Leipzig, G. J. Göschensche Verlagshandlung. 1906. In Leinen gebunden M. —.80.

Die Mahlersche Sammlung elementarer physikalischer Formeln erscheint nunmehr in dritter Auflage. Die gegen die vorige Auflage erhobenen Einwände sind größtenteils beseitigt.

E. Bose.

(Eingegangen 9. März 1907.)

W. Bahrdt, Physikalische Messungsmethoden. Sammlung Göschen. Nr. 301.) 16. 147 S. mit 49 Figuren. Leipzig, G. J. Göschensche Verlagshandlung. 1906. In Leinen gebunden M. —.80.

Eine gedrängte elementare Darstellung der wichtigsten Methoden der praktischen Physik, dem Leserkreise dieser Zeitschrift nichts Neues bietend. Zur ersten Orientierung oder als Leitfaden für Schülerübungen wohl mit Erfolg zu gebrauchen.

E. Bose.

(Eingegangen 9. März 1907.)

International Catalogue of scientific literature, first, second, third and fourth annual issue. London, Paris, Berlin. 1902—1906.

Die Physik besitzt an den Fortschritten und an den Beiblättern ein seit Jahren mit solcher Sorgfalt und Vollständigkeit geführtes Register aller physikalischen Publikationen, daß man zunächst wohl gegenüber dem internationalen Katalog, dessen fünf erste Bände ihrer Vollendung entgegensehen, die Frage aufwerfen kann, ob er, für die Physiker wenigstens, eine Lücke ausfüllt. Ich glaube, man muß diese Frage bejahen. Der internationale Katalog bildet ein Mittelding zwischen einer bloßen Bibliographie und zwischen unseren Jahresberichten. Von jener ist er verschieden durch die sorgfältige Durchsicht, die jeder seiner zahllosen Arbeiten zuteil wird und durch die mit gleicher Sorgfalt und Sachkenntnis durchgeführte systematische Einteilung mit Verweisen auf Nachbargebiete. Dies ermöglicht, fast ohne Mühe jede Einzelarbeit aufzufinden, deren Autor man kennt und andererseits die Literatur zusammenzutragen, die über eine bestimmte Frage erschienen ist, auch ohne in dicken Bänden blättern zu müssen. Größer aber als diese beiden Vorzüge ist der andere, daß die internationale Bibliographie die sämtlichen Naturwissenschaften umfaßt und daß es somit möglich ist, sich schnell und sicher über die Literatur eines Nachbargebietes zu orientieren, das weder in den Fortschritten noch in den Beiblättern Berücksichtigung findet. Durch die straffe und einheitliche Organisation der Berichterstattung und durch die Ausbreitung, die diese Organisation über die ganze Erde gefunden hat, wird der Wert dieses Kataloges von Jahr zu Jahr wachsen und mit der Zeit unschätzbar sein. Freilich stehen der Ausgestaltung des Katalogs nicht geringe Schwierigkeiten entgegen, von denen die der Vollständigkeit, obwohl an sich groß genug (in 4 Jahren wurden über 700 000 Arbeiten registriert) nicht einmal die größte ist. Eine der schwierigsten Fragen, die die Redaktion des Katalogs zu erledigen hat, ist die der Klassifizierung der einzelnen Arbeiten. Während bei den „Fortschritten" und den „Beiblättern" das Referat an sich den Leser über den Inhalt jeder Arbeit orientiert, fällt dies bei dem Kataloge fort und man ist auf den Titel selbst und auf die Berücksichtigung des Platzes angewiesen, den die Arbeit im Katalog erhalten hat. Viele Arbeiten lassen aber aus ihrem Titel kaum den Inhalt erkennen, und andere wieder berühren sich mit außerordentlich zahlreichen Gebieten. In diesen Fällen hilft sich der Katalog durch Verweise, wobei ihm das sinnreiche System der Einteilung sehr zunutze kommt. Es mag genügen, an einigen Stichproben zu zeigen, wie gut auch diese schwierige Arbeit des Klassifizierens und der Hinweise im allgemeinen gelungen ist.

Die Anordnung und Einteilung des Katalogs darf dabei als bekannt gelten.

Für den Gebrauch des sachlich geordneten Registers ist natürlich eine genauere Kenntnis des Einteilungsschemas unumgänglich. Der Vergleich zwischen dem Schema der Bände des ersten und des vierten Jahres zeigt nun schon manche Änderungen, die die Entwicklung der Wissenschaft im letzten Zeitraum widerspiegeln. So sind in Abteilung C (Physik) neu hinzugekommen: 0100 A Osmose und 0100 B Diffusion, 1800 A Phasenregel, 1870 A Verdampfungswärme, 3080 A Photographie und photographische Apparate, 3090 A spektroskopische Apparate, 4230 A Fluoreszenz, 4240 A Radioaktivität, 4900 Elektrizität und Magnetismus, allgemein, 5300 Wirkung bewegter Ladungen, Elektronentheorie, 5690 A Leitung in Gasen und Dämpfen, 5900 physiologische Elektrizität. 6000 A elektrische Lampen, 6000 B elektrische Öfen und Heizapparate, 6460 A Telegraphie, 6460 B Telephonie, 6610 A drahtlose Telegraphie und Telephonie, Kohärer. Im ganzen ist die alte Einteilung geblieben, „die sich bewährt hat". Größer sind die Änderungen, die nach 1906 eintreten werden sowie die Änderungen in anderen Abteilungen, z. B. in D (Chemie).

Wir greifen nun z. B. die Abteilung Spektroskopie heraus. Da sowohl der Physiker, wie der Chemiker, wie der Astronom an ihr interessiert sind, so finden wir ihr in den Bänden C, D und E Abschnitte gewidmet und zwar in E die Nummern 2200 — 3600; 4500 — 4750; 6800—6960; 7120; 8000—8630, in D bei 7300, C 3030; 3600—3630; 3090a; 3550—3680; 4200; 6620—6660. Doch auch der Botaniker und der Zoologe bedient sich häufig spektroskopischer Methoden; dieselben müssen daher auch in L (allgemeine Biologie) berücksichtigt werden und finden sich tatsächlich unter L 6350. Mit einer einfachen Reproduktion der Zitate eines Bandes in einem anderen ist nun offenbar nichts zu machen. Die Absorption in organischen Farbstoffen hat wenig Interesse für den Astronomen, die Spezialuntersuchungen der Astrophysiker umgekehrt haben keinen direkten Bezug auf die Interessen des Biologen. Es muß also in jedem Falle eine Auswahl geboten werden. Ein Beispiel mag erläutern, wie dies geschehen ist.

Es möge eine beliebige Arbeit herausgegriffen werden, etwa: Julius, Over dispersiebanden etc., Versl. Akad. Weten. 13, 1904. Dieselbe ist angeführt in C (4) unter 3850 (anomale Dispersion) und 3030 (Spektra), ferner in H (4) unter 4750 (physikalische Beschaffenheit hergeleitet aus spektroskopischen Beobach-

tungen) und unter 8300 (neue Sterne), sie fehlt dagegen in Band D (Chemie), wo sie in der Tat entbehrt werden kann. Derartige Beispiele ließen sich beliebig vermehren, und sie zeigen, mit welcher Umsicht durchweg die Auswahl getroffen worden ist. Daß es daneben manche Beispiele gibt, wo man eine andere Verteilung wünschen möchte, darf freilich nicht verschwiegen werden.

Wir wählen als Beleg dafür etwa den Aufsatz von J. Hartmann: „Über die Verbesserung der Wellenlängennormalen, Zeitschr. wiss. Phot. **2**, 1904. Derselbe findet sich unter D (4) 7300 (Absorptions- und Emissionsspektren), nicht dagegen in E 4 und C 4, wo man die Arbeit suchen würde, da sie sowohl für den Astronomen wie den Physiker Bedeutung hat.

In diesem Falle ist es nun möglich, daß dies Zitat noch in C (5) nachgeholt wird. Doch bliebe dann immer noch der freilich schwer zu realisierende Wunsch, daß die gleichnumerierten Abteilungen möglichst die gleiche Zeit umfassen, und das Nachschlagen in mehreren vermieden werde.

Alle Wünsche hinsichtlich der Verteilung der Literatur auf die Bände D, E, C, wozu noch A (Mathematik), B (Mechanik), F (Meteorologie), sowie unter Umständen G (Mineralogie und H (Geologie) und andere hinzukommen würden, zu befriedigen, ist freilich nicht möglich. Unter Umständen ist eben gar nicht vorauszusehen, daß eine Untersuchung schließlich auf einem scheinbar abliegenden Gebiete ihre Hauptanwendung finden wird.

Daraus folgt dann allerdings, daß es durchaus nicht genügt, etwa nur die Abteilung C (Physik) allein zur Hand zu haben, sondern, daß man den größeren Teil des Katalogs besitzen muß, um wirklich vollen Nutzen aus ihm zu ziehen und ihn als wertvolle Ergänzung der Fortschritte und Beiblätter schätzen zu lernen.

Dem steht freilich der außerordentlich hohe Preis des Katalogs entgegen, der wiederum durch die verhältnismäßig geringe Zahl der Abnehmer bestimmt ist. Im Jahre 1904 stand Deutschland hinsichtlich des Bezugs des Katalogs nach den Vereinigten Staaten an zweiter Stelle. Allein im ganzen gingen doch nur 44 vollständige Serien und von der Abteilung C im ganzen noch 14 Exemplare zu uns. Da das Unternehmen sich selbst unterhält und von den beteiligten Staaten nur durch Bezug einer festen Anzahl Exemplare unterstützt wird, so dürfte eine Herabsetzung des Preises wohl nur eintreten, wenn der Katalog eine viel weitere Verbreitung fände, als er jetzt besitzt.

Von großer Bedeutung für den Wert einer Bibliographie wie die vorliegende ist endlich die in Hinsicht der Akribie und Vollständigkeit erreichte Grenze. Es muß festgestellt werden, daß in dieser Beziehung die Bände des Katalogs auch strenge Anforderungen in der anerkennenswertesten Weise befriedigen.

Einen letzten Punkt möchte ich bei der Beurteilung des Katalogs nicht so hoch bewerten, wie es von anderer Seite geschehen ist: Ich meine die Schnelligkeit der Fertigstellung. Der Katalog ist tatsächlich etwa um das gleiche Zeitintervall zurück wie die Fortschritte, allein dies scheint mir für ein bibliographisches Hilfsmittel gleich dem Kataloge minder notwendig zu sein. In erster Linie müssen hier Vollständigkeit, sorgfältige Disposition und Genauigkeit stehen, und diese sind bei dem ungeheuren Materiale, das aus allen Teilen der Welt zufließt, nicht unter einem gewissen Zeitminimum zu erreichen. Ich würde es daher auch für keinen Schaden halten, wenn die Ausgabe der Bände etwas später als jetzt erfolgte, sofern sich dadurch erreichen ließe, daß jeder einzelne Abschnitt zeitlich homogenes Material enthielte.

Man muß dem großartigen Werke, das auf dem weitverzweigten Gebiete der Naturwissenschaften eine vermittelnde Rolle übernommen hat, und das zugleich als bedeutsame Tat internationaler Verständigung die Sympathie aller verdient, die ausgedehnteste Verbreitung auch in physikalischen Kreisen wünschen.

H. Konen.

(Eingegangen 11. April 1907.)

Personalien.

(Die Herausgeber bitten die Herren Fachgenossen, der Redaktion von eintretenden Änderungen möglichst bald Mitteilung zu machen.)

Habilitiert: An der Universität Berlin Dr. Otto Hahn für Chemie, an der Technischen Hochschule Charlottenburg Dr. Wilhelm Felgentraeger für Maß- und Gewichtskunde, sowie Instrumenten- und Beobachtungskunde.

Ernannt: Zu a. o. Professoren: der Privatdozent der Chemie an der Universität Erlangen Dr. Alexander Gutbier, die Privatdozenten an der Technischen Hochschule München Dr. Robert Emden (Physik und Meteorologie), Dr. Martin Kutter (Angewandte und reine Mathematik), Dr. Alexander Eibner (Allgemeine Chemie), Dr. Johann Hofer (Elektrochemie), der Privatdozent für Technologie der Proteïnstoffe an der Technischen Hochschule Berlin Dr. Alfred Junghahn.

Berufen: Der ord. Professor der Mathematik in Czernowitz Dr. R. Daublesky v. Sterneck in gleicher Eigenschaft nach Graz, der o. Professor für angewandte Chemie an der Universität Erlangen Dr. Karl Paal ebendahin.

Verliehen: Von der Akademie der Wissenschaften Wien der Baumgartnerpreis dem a. o. Professor der Physik Dr. E. v. Schweidler in Wien, der Liebenpreis dem a. o. Professor der Physik Dr. H. Benndorf in Graz, der Haitingerpreis dem Privatdozenten der Chemie Dr. R. Kremann in Graz.

Gestorben: Der Astronom Dr. Karl Bauer in Rabegrund, der frühere Professor für mechanische Technologie und Fabrikanlagen an der Technischen Hochschule Aachen Dr. Gustav Herrmann.

Für die Redaktion verantwortlich Professor Dr. Emil Bose in Oliva bei Danzig. — Verlag von S. Hirzel in Leipzig.
Druck von August Pries in Leipzig.